

www.mientayvn.com

Đây là bản ghi lại nội dung của giáo sư Gilbert Strang trên lớp. Xem toàn bộ bài giảng này bạn có thể
n <http://www.mientayvn.com> > Học li u m > Học vi n công ngh Massachusetts > Toán h c > i s tuy n
tính > ch ã ng I.

MIT OpenCourseWare

<http://ocw.mit.edu>

18.06 Linear Algebra, Spring 2005

Please use the following citation format:

Gilbert Strang, *18.06 Linear Algebra, Spring 2005*. (Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare). <http://ocw.mit.edu>
(accessed MM DD, YYYY). License: Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike.

Note: Please use the actual date you accessed this material in your citation.

For more information about citing these materials or our Terms of Use, visit:

<http://ocw.mit.edu/terms>

MIT OpenCourseWare
<http://ocw.mit.edu>

18.06 Linear Algebra, Spring 2005
Transcript – Lecture 1

Hi. This is the first lecture in MIT's course 18.06, linear algebra, and I'm Gilbert Strang. The text for the course is this book, *Introduction to Linear Algebra*.

Xin chào. Đây là bài giảng đầu tiên trong khóa học của MIT 18.06, đại số tuyến tính, và tôi là Gilbert Strang. Tài liệu cho khóa học là sách này, *Introduction to Linear Algebra*.

And the course web page, which has got a lot of exercises from the past, MatLab codes, the syllabus for the course, is web.mit.edu/18.06.

Và trang web của khóa học, có nhiều bài tập từ các năm trước, mã MATLAB, chương trình của khóa học, là web.mit.edu/18.06.

And this is the first lecture, lecture one.

Và đây là bài giảng đầu tiên, chương 1.

So, and later we'll give the web address for viewing these, videotapes. Okay, so what's in the first lecture? This is my plan.

Vâng, và về sau chúng tôi sẽ cho địa chỉ web để xem những cái này, các băng video. Vâng, bài đầu tiên là gì? Đây là kế hoạch của tôi.

The fundamental problem of linear algebra, which is to solve a system of linear equations.

Vấn đề cơ bản của đại số tuyến tính, là giải một hệ phương trình đại số tuyến tính.

So let's start with a case when we have some number of equations, say n equations and n unknowns.

Vì vậy, hãy bắt đầu với trường hợp khi chúng ta có một số phương trình, giả sử n phương trình và n ẩn số.

So an equal number of equations and unknowns.

Vì vậy số ẩn và số phương trình bằng nhau.

That's the normal, nice case.

Điều đó bình thường, trường hợp tốt.

And what I want to do is -- with examples, of course -- to describe, first, what I call the Row picture. That's the picture of one equation at a time. It's the picture you've seen before in two by two equations where lines meet.

Và những gì tôi muốn làm là - với các ví dụ, tất nhiên - để mô tả, đầu tiên, những gì tôi gọi là bức tranh hàng. Đó là hình ảnh của một phương trình một lần. Đó là hình ảnh mà bạn đã nhìn thấy từ trước trong các hệ hai phương trình hai biến ở đó các đường giao nhau.

So in a minute, you'll see lines meeting.

Vì vậy trong một chốc, bạn sẽ thấy các đường giao nhau.

The second picture, I'll put a star beside that, because that's such an important one.

Bức tranh thứ hai, tôi sẽ đặt một ngôi sao bên cạnh nó, bởi vì đó là một trường hợp quá quan trọng.

And maybe new to you is the picture -- a column at a time.

Và có lẽ mới đối với bạn là bức tranh – Một cột mỗi lần.

And those are the rows and columns of a matrix.

Và đó là những cột và hàng của ma trận.

So the third -- the algebra way to look at the problem is the matrix form and using a matrix that I'll call A.

Vì vậy thứ ba – phương pháp đại số để xét bài toán là dạng ma trận và dùng ma trận mà tôi sẽ gọi là A.

Okay, so can I do an example? The whole semester will be examples and then see what's going on with the example.

Vâng, vậy tôi sẽ làm một ví dụ nhé? Toàn bộ học kì này sẽ là các ví dụ và sau đó xem những gì diễn ra với ví dụ.

So, take an example. Two equations, two unknowns. So let me take $2x - y = 0$, let's say. And $-x + 2y = 3$.

Vì vậy, chọn một ví dụ. Hai phương trình, hai biến. Vì vậy giả sử tôi chọn $2x - y = 0$. Và $-x + 2y = 3$.

Okay. let me -- I can even say right away -- what's the matrix, that is, what's the coefficient matrix? The matrix that involves these numbers -- a matrix is just a

rectangular array of numbers. Here it's two rows and two columns, so 2 and -- minus 1 in the first row minus 1 and 2 in the second row, that's the matrix.

Được rồi. hãy để tôi - Tôi thậm chí có thể nói ngay - ma trận là gì, nghĩa là ma trận các hệ số là gì? Ma trận bao gồm những con số này - một ma trận chỉ là một mảng số hình chữ nhật. Ở đây nó là hai hàng và hai cột, do đó, 2 và - trừ 1 trong hàng đầu tiên trừ 1 và 2 ở hàng thứ hai, đó là ma trận.

And the right-hand -- the unknown -- well, we've got two unknowns. So we've got a vector, with two components, x and x, and we've got two right-hand sides that go into a vector 0 3.

Và bên tay phải - biến - vâng, chúng ta có hai biến. Vì vậy, chúng ta có một véc tơ, với hai thành phần, x và y, và chúng ta có hai vế phải là vector 0 3.

I couldn't resist writing the matrix form, right -- even before the pictures. So I always will think of this as the matrix A, the matrix of coefficients, then there's a vector of unknowns.

Tôi không thể chống lại cách viết dạng ma trận, đúng không - thậm chí trước các bức ảnh. Vì vậy, tôi sẽ luôn xem cái này như ma trận A, ma trận của các hệ số, sau đó có một véc tơ biến.

Here we've only got two unknowns.

Ở đây chúng ta chỉ có hai biến.

Later we'll have any number of unknowns.

Sau này chúng ta sẽ có số biến bất kì.

And that vector of unknowns, well I'll often -- I'll make that x -- extra bold. A and the right-hand side is also a vector that I'll always call b.

Và vecto biến, vâng tôi sẽ thường -Tôi sẽ làm cho x đó -đậm thêm. A và vế phải cũng là một vecto mà tôi sẽ luôn luôn gọi là b.

So linear equations are $Ax = b$ and the idea now is to solve this particular example and then step back to see the bigger picture. Okay, what's the picture for this example, the Row picture? Okay, so here comes the Row picture.

Vì vậy, phương trình tuyến tính là $Ax = b$ và bây giờ ý tưởng để giải ví dụ cụ thể này và sau đó trở lại bước để xem bức tranh lớn hơn. Được rồi, bức tranh cho ví dụ này là gì, bức tranh hàng? Được rồi, do đó, ở đây có bức tranh hàng.

So that means I take one row at a time and I'm drawing here the xy plane and I'm going to plot all the points that satisfy that first equation. So I'm looking at all the points that satisfy $2x - y = 0$. It's often good to start with which point on the horizontal line -- on this horizontal line, y is zero.

Vì vậy điều đó có nghĩa là tôi lấy một dòng một lúc và tôi sẽ vẽ mặt phẳng xy và tôi sẽ vẽ đồ thị tất cả các điểm thỏa mãn phương trình đầu tiên đó. Vì vậy, tôi sẽ xét tất cả các điểm thỏa mãn $2x - y = 0$. Nó thường tốt để bắt đầu với những điểm trên đường ngang - trên đường ngang này, y bằng không.

The x axis has y as zero and that -- in this case, actually, then x is zero. So the point, the origin -- the point with coordinates (0,0) is on the line. It solves that equation.

Trục x có y bằng không và rằng - trong trường hợp này, trên thực tế, thì x bằng không. Vì vậy điểm, gốc tọa độ - điểm có tọa độ (0,0) nằm trên đường đó. Nó thỏa mãn phương trình đó.

Okay, tell me in -- well, I guess I have to tell you another point that solves this same equation.

Vâng, hãy cho tôi biết - vâng, tôi đoán tôi phải bảo cho bạn biết điểm khác thỏa mãn phương trình này.

Let me suppose x is one, so I'll take x to be one.

Hãy để tôi giả sử rằng x bằng 1, vì vậy tôi sẽ chọn x bằng 1.

Then y should be two, right? So there's the point one two that also solves this equation.

Thì y sẽ bằng 2, đúng không? Vì vậy có điểm một hai cũng thỏa mãn phương trình này.

And I could put in more points. But, but let me put in all the points at once, because they all lie on a straight line. This is a linear equation and that word linear got the letters for line in it.

Và tôi có thể đặt thêm một số điểm. Nhưng hãy để tôi đặt tất cả các điểm cùng một lúc, bởi vì tất cả chúng nằm trên cùng một đường thẳng. Đây là phương trình tuyến tính và từ tuyến tính nhận những kí tự cho dòng trong nó.

That's the equation -- this is the line that ...

Đó là phương trình --đây là đường thẳng

of solutions to $2x-y=0$ my first row, first equation.

ứng với phương trình $2x-y=0$ hàng đầu tiên của tôi, phương trình đầu tiên.

So typically, maybe, x equal a half, y equal one will work. And sure enough it does.

Vì vậy, thông thường, có thể, x bằng $\frac{1}{2}$, y bằng 1 sẽ đúng. Và chắc chắn nó đúng.

Okay, that's the first one. Now the second one is not going to go through the origin. It's always important.

Vâng, đó là cái đầu tiên. Bây giờ cái thứ hai sẽ không đi qua gốc tọa độ. Điều đó luôn luôn quan trọng.

Do we go through the origin or not? In this case, yes, because there's a zero over there. In this case we don't go through the origin, because if x and y are zero, we don't get three. So, let me again say suppose y is zero, what x do we actually get? If y is zero, then I get x is minus three.

Nó có đi qua gốc tọa độ hay không? Trong trường hợp này, vâng, bởi vì có một số không ở đó. Trong trường hợp này đường thẳng không đi qua gốc tọa độ, bởi vì nếu x và y bằng không, phương trình này không thỏa mãn. Vì vậy, một lần nữa chúng ta hãy giả sử rằng y bằng không, x sẽ bằng bao nhiêu? Nếu y bằng không, thì x bằng trừ ba.
So if y is zero, I go along minus three.

Vì vậy nếu y bằng 0, nó đi qua trừ ba.

So there's one point on this second line.

Vì vậy đó là một điểm trên đường thứ hai này.

Now let me say, well, suppose x is minus one -- just to take another x . If x is minus one, then this is a one and I think y should be a one, because if x is minus one, then I think y should be a one and we'll get that point. Is that right? If x is minus one, that's a one.

Bây giờ tôi giả sử rằng, vâng, giả sử x bằng trừ một -- chỉ để chọn một giá trị x khác. Nếu x bằng trừ 1 thì đây là một và tôi nghĩ y sẽ là một, bởi vì nếu x bằng trừ 1, thì tôi nghĩ y sẽ bằng 1 và chúng ta sẽ có điểm đó. Điều đó đúng không? Nếu x bằng trừ 1 thì cái đó bằng 1.

If y is a one, that's a two and the one and the two make three and that point's on the equation.

Nếu y bằng 1, số hạng này bằng 2 và 1 và 2 tạo ra 3 và điểm đó thỏa mãn phương trình.

Okay. Now, I should just draw the line, right, connecting those two points at -- that will give me the whole line. And if I've done this reasonably well, I think it's going to happen to go through -- well, not happen -- it was arranged to go through that point. So I think that the second line is this one, and this is the all-important point that lies on both lines. Shall we just check that that point which is the point x equal one and y was two, right? That's the point there and that, I believe, solves both equations.

Được rồi. Bây giờ, tôi sẽ chỉ vẽ một đường, đúng không, nối hai điểm này - điều đó sẽ cho tôi toàn bộ đường. Và nếu tôi đã làm điều này hợp lý, vâng tôi nghĩ rằng nó sẽ đồng thời đi qua - vâng, không đồng thời - nó đã được bố trí để đi qua điểm đó. Vì vậy, tôi nghĩ rằng đường thứ hai là cái này, và đây là điểm quan trọng nằm trên cả hai đường. Thì chúng ta chỉ cần kiểm tra các điểm là điểm x bằng một và y bằng hai đúng không? Đó là những điểm đó và, tôi tin rằng, thỏa mãn cả hai phương trình.

Let's just check this. If x is one, I have a minus one plus four equals three, okay. Apologies for drawing this picture that you've seen before. But this -- seeing the row picture -- first of all, for n equal 2, two equations and two unknowns, it's the right place to start. Okay.

Chúng ta chỉ kiểm tra cái này. Nếu x bằng một, tôi có trừ một cộng bốn bằng ba, đúng không. Xin lỗi vì đã vẽ bức tranh mà bạn đã thấy trước đó. Nhưng điều này - nhìn thấy bức tranh hàng - trước hết, đối với n bằng 2, hai phương trình và hai biến, bắt đầu từ đây là đúng rồi đấy. Được rồi.

So we've got the solution. The point that lies on both lines. Now can I come to the column picture? Pay attention, this is the key point. So the column picture.

Vì vậy chúng ta có nghiệm. Điểm nằm trên cả hai đường. Bây giờ tôi có thể đến bức tranh cột không? Chú ý, đây là điểm then chốt. Vây bức tranh cột.

I'm now going to look at the columns of the matrix.

Bây giờ tôi sẽ xét các cột của ma trận.

I'm going to look at this part and this part.

Tôi sẽ xét phần này và phần này.

I'm going to say that the x part is really x times -- you see, I'm putting the two -- I'm kind of getting the two equations at once -- that part and then I have a y and in the first equation it's multiplying a minus one and in the second equation a two, and on the right-hand side, zero and three. You see, the columns of the matrix, the columns of A are here and the right-hand side b is there. And now what is the equation asking for? It's asking us to find -- somehow to combine that vector and this one in the right amounts to get that one. It's asking us to find the right linear combination -- this is called a linear combination.

Tôi sẽ nói rằng phần x thực sự là x nhân - bạn thấy, tôi sẽ đặt hai -- Tôi hầu như nhận được hai phương trình cùng một lúc - phần đó và sau đó tôi có y và trong phương trình đầu tiên nó sẽ nhân với trừ một và trong phương trình thứ hai hai, và ở vế phải, không và ba. Bạn thấy, cột của ma trận, cột của A ở đây và ở vế phải b ở đó. Và bây giờ phương trình yêu cầu những gì? Nó yêu cầu chúng ta tìm - bằng cách nào đó để kết hợp vecto đó và cái này đúng lượng để có được cái đó. Nó yêu cầu chúng ta tìm ra đúng tổ hợp tuyến tính - cái này được gọi là một tổ hợp tuyến tính.

And it's the most fundamental operation in the whole course.

Và nó là phép toán cơ bản nhất trong toàn bộ khóa học.

It's a linear combination of the columns.

Nó là tổ hợp tuyến tính của các cột.

That's what we're seeing on the left side.

Đó là những gì mà chúng ta thấy ở vế trái.

Again, I don't want to write down a big definition.

Một lần nữa, tôi không muốn viết ra định nghĩa lớn.

You can see what it is. There's column one, there's column two. I multiply by some numbers and I add. That's a combination -- a linear combination and I want to make those numbers the right numbers to produce zero three. Okay.

Bạn có thể xem nó là gì. Đây là cột một, đây là cột hai. Tôi nhân với một số nào đó và tôi cộng. Đó là một tổ hợp - một tổ hợp tuyến tính và tôi muốn làm cho những số này các số thích hợp để tạo ra không ba. Được rồi.

Now I want to draw a picture that, represents what this -- this is algebra. What's the geometry, what's the picture that goes with it? Okay. So again, these vectors have two components, so I better draw a picture like that. So can I put down these columns? I'll draw these columns as they are, and then I'll do a combination of them.

Bây giờ tôi muốn vẽ bức ảnh, biểu diễn đây là đại số gì. Hình học là gì, bức tranh đi với nó là gì? Vâng. Vì vậy, một lần nữa, những vecto này có hai thành phần, vì vậy tốt hơn là tôi nên vẽ một bức ảnh giống như thế. Vâng tôi có thể đặt xuống những cột này hay không? Tôi sẽ vẽ những cột này theo mặc định của chúng, và sau đó tôi sẽ tạo ra một tổ hợp tuyến tính của chúng.

So the first column is over two and down one, right? So there's the first column.

Vì vậy cột đầu tiên là trên hai và dưới một, đúng không? Vì vậy đó là cột đầu tiên.

The first column. Column one.

Cột đầu tiên. Cột một.

It's the vector two minus one. The second column is -- minus one is the first component and up two.

Nó là vecto hai trừ một. Cột thứ hai là -trừ một là thành phần đầu tiên và ở trên hai.

It's here. There's column two.

Nó ở đây. Đó là cột hai.

So this, again, you see what its components are. Its components are minus one, two. Good.

Vì vậy, cái này, một lần nữa, bạn thấy thành phần của nó là gì. Thành phần của nó là trừ một, hai. Tốt.

That's this guy. Now I have to take a combination. What combination shall I take? Why not the right combination, what the hell? Okay. So the combination I'm going to take is the right one to produce zero three and then we'll see it happen in the picture. So the right combination is to take x as one of those and two of these.

Đó là thằng này. Bây giờ tôi phải chọn một tổ hợp. Tôi sẽ chọn tổ hợp nào? Tại sao không phải là tổ hợp đúng? Được rồi. Vì vậy, tổ hợp mà tôi chọn sẽ là cái đúng để tạo ra không ba và sau đó chúng ta sẽ thấy nó xảy ra trong bức tranh. Vì vậy, tổ hợp đúng là chọn x bằng một trong những cái này và hai trong những cái này.

It's because we already know that that's the right x and y , so why not take the correct combination here and see it happen? Okay, so how do I picture this linear combination? So I start with this vector that's already here -- so that's one of column one, that's one times column one, right there.

Đó là bởi vì chúng tôi đã biết rằng đó là x và y thích hợp, vậy tại sao không chọn tổ hợp chính xác ở đây và xem nó xảy ra? Được rồi, vậy làm thế nào để tôi phác họa tổ hợp tuyến tính này? Vì vậy, tôi bắt đầu với véc tơ đã có ở đây - vì vậy đó là một nhân với cột một, ngay đó.

And now I want to add on -- so I'm going to hook the next vector onto the front of the arrow will start the next vector and it will go this way. So let's see, can I do it right? If I added on one of these vectors, it would go left one and up two, so we'd go

left one and up two, so it would probably get us to there.

Và bây giờ tôi muốn thêm vào - vì vậy tôi sẽ vẽ vector kế tiếp sao cho đuôi của nó gắn với đầu của vectơ đầu và nó sẽ đi theo cách này. Vì vậy, hãy xem, tôi có thể làm điều đó phải không? Nếu tôi cộng vào một trong những vectơ này, nó sẽ đi sang trái một và lên hai, vì vậy chúng ta đi sang trái một và lên hai, do đó nó có thể đưa chúng ta đến đó.

Maybe I'll do dotted line for that.

Có lẽ tôi sẽ làm những đường chấm chấm cho nó.

Okay? That's one of column two tucked onto the end, but I wanted to tuck on two of column two. So that -- the second one -- we'll go up left one and up two also.

Vâng? Đó là một trong những cột hai được kéo lên trên đầu, nhưng tôi muốn kéo lên hai lần cột hai. Sao cho - - lần hai - chúng ta lại đi sang trái một và đi lên hai.

It'll probably end there. And there's another one.

Có lẽ nó kết thúc ở đó. Và đó là cái khác.

So what I've put in here is two of column two.

Vì vậy những gì tôi đặt vào trong đây là hai lần cột hai.

Added on. And where did I end up? What are the coordinates of this result? What do I get when I take one of this plus two of that? I do get that, of course.

Cộng vào. Và tôi kết thúc ở đâu? Hệ tọa độ của kết quả này là gì? Tôi

nhận được gì khi tôi lấy một của cột này cộng hai của cột đó? Tất nhiên,

tôi nhận được cột bên kia.

There it is, x is zero, y is three, that's b . That's the answer we wanted.

Đấy, x bằng 0, y ở đó, đó là b . Đó là câu trả lời mà chúng ta muốn.

And how do I do it? You see I do it just like the first component. I have a two and a minus two that produces a zero, and in the second component I have a minus one and a four, they combine to give the three.

Và cách thức để tôi làm việc đó như thế nào? Bạn thấy tôi làm nó giống như thành phần đầu tiên. Tôi có hai và trừ một tạo ra không, và thành phần thứ hai tôi có trừ một và bốn, chúng kết hợp để cho ba.

But look at this picture. So here's our key picture.

Nhưng hãy nhìn vào bức ảnh này. Vì vậy đây là bức ảnh then chốt của chúng ta.

I combine this column and this column to get this guy.

Tôi kết hợp cột này và cột này để nhận được thằng này.

That was the b. That's the zero three.

Đó là b. Đó là không ba.

Okay. So that idea of linear combination is crucial, and also -- do we want to think about this question? Sure, why not.

Vâng. Vì vậy ý tưởng tổ hợp tuyến tính đó là quyết định, và tương tự -- chúng ta có muốn suy nghĩ về câu hỏi này không? Chắc chắn rồi, tại sao không.

What are all the combinations? If I took -- can I go back to xs and ys? This is a question for really -- it's going to come up over and over, but why don't we see it once now? If I took all the xs and all the ys, all the combinations, what would be all the results? And, actually, the result would be that I could get any right-hand side at all.

Tất cả những tổ hợp tuyến tính là gì? Nếu tôi lấy -- tôi có thể quay lại các x và các y không? Đây là một câu hỏi thực tế -- nó sẽ tiến dần lên, nhưng tại sao bây giờ chúng ta không thấy nó một lần? Nếu tôi lấy tất cả các x và tất cả các y, tất cả các tổ hợp tuyến tính, tất cả các kết quả sẽ là gì? Và, thực sự, kết quả là tôi có thể nhận được bất kì vế phải nào.

The combinations of this and this would fill the whole plane.

Tổ hợp tuyến tính của cái này và cái này sẽ làm đầy toàn bộ mặt phẳng.

You can tuck that away. We'll, explore it further.

Bạn có thể kéo cái đó ra xa. Vâng, khám phá nó thêm.

But this idea of what linear combination gives b and what do all the linear combinations give, what are all the possible, achievable right-hand sides be -- that's going to be basic. Okay.

Nhưng ý tưởng này về tổ hợp tuyến tính nào cho b và tất cả các tổ hợp tuyến tính cho cái gì, những vế phải khả dĩ sẽ là gì -- đó sẽ là cơ sở. Vâng.

Can I move to three equations and three unknowns? Because it's easy to picture the two by two case.

Tôi có thể chuyển đến ba phương trình và ba biến không? Vì rất dễ để phác họa trường hợp hai nhân hai.

Let me do a three by three example.

Chúng ta hãy xét ví dụ ba nhân ba.

Okay, I'll sort of start it the same way, say maybe $2x-y$ and maybe I'll take no zs as a zero and maybe a $-x+2y$ and maybe a $-z$ as a -- oh, let me make that a minus one

and, just for variety let me take, $-3z$, $-3y$, I should keep the y s in that line, and $4z$ is, say, 4. Okay.

Vâng, tôi sẽ phần nào bắt đầu nó theo cách tương tự, giả sử là $2x-y$ và có thể là tôi sẽ chọn không z bằng không và có thể $-x+2y$ và có thể là $-z$ bằng một –hãy để tôi làm cái đó là trừ một, để cho đa dạng hãy để tôi chọn, $-3z$, $-3y$, tôi sẽ giữ y trong dòng này, và $4z$, giả sử bằng 4. Vâng.

That's three equations. I'm in three dimensions, x , y , z . And, I don't have a solution yet. So I want to understand the equations and then solve them. Okay.

Đó là ba phương trình. Tôi ở trong ba chiều, x , y , z . Và, tôi chưa có nghiệm. Vì vậy tôi muốn hiểu các phương trình và sau đó giải chúng. **Vâng.**

So how do I you understand them? The row picture one way. The column picture is another very important way. Just let's remember the matrix form, here, because that's easy. The matrix form -- what's our matrix A ? Our matrix A is this right-hand side, the two and the minus one and the zero from the first row, the minus one and the two and the minus one from the second row, the zero, the minus three and the four from the third row. So it's a three by three matrix. Three equations, three unknowns. And what's our right-hand side? Of course, it's the vector, zero minus one, four. Okay.

Vậy bằng cách nào tôi làm cho bạn hiểu chúng? Bức tranh hàng một cách. Bức tranh cột là một cách rất quan trọng khác. Hãy nhớ rằng dưới dạng ma trận, ở đây, bởi vì điều đó dễ. Dạng ma trận –ma trận A của chúng ta là gì? Ma trận A của chúng ta ở vế phải này, hai và trừ một và không ở hàng đầu tiên, trừ một và hai và trừ một ở hàng thứ hai, không, trừ ba và bốn ở hàng thứ ba. Vì vậy nó là ma trận 3 nhân 3. ba phương trình, ba nghiệm. Và vế phải của chúng ta là gì? Tất nhiên, nó là vecto, không trừ một, bốn. Vâng.

So that's the way, well, that's the short-hand to write out the three equations. But it's the picture that I'm looking for today. Okay, so the row picture.

Vì vậy đó là cách, vâng, đó là sự ghi tốc kí để viết ra ba phương trình. Nhưng đó là bức tranh mà tôi đang tìm kiếm hôm nay. Vâng, vì vậy bức tranh hàng.

All right, so I'm in three dimensions, x , y and z . And I want to take those equations one at a time and ask -- and make a picture of all the points that satisfy -- let's take equation number two.

Được rồi, vậy tôi ở trong ba chiều, x , y và z . Và tôi muốn lấy những phương trình này đồng thời và hỏi -- và tạo ra một bức ảnh của tất cả các điểm thỏa mãn -- chúng ta hãy lấy phương trình số hai.

If I make a picture of all the points that satisfy -- all the x , y , z points that solve this equation -- well, first of all, the origin is not one of them.

Nếu tôi tạo ra một bức ảnh của tất cả các điểm thỏa mãn -- tất cả các điểm x , y , z thỏa mãn phương trình này -- vâng, trước hết, gốc tọa độ không phải là một trong số chúng.

x , y , z -- it being 0, 0, 0 would not solve that equation. So what are some points that do solve the equation? Let's see, maybe if x is one, y and z could be zero. That would work, right? So there's one point.

x , y , z - nó là 0, 0, 0 sẽ không thỏa mãn phương trình đó. Vì vậy, những điểm nào thỏa mãn phương trình đó? Chúng ta hãy xét, có lẽ nếu x bằng một, y , z có thể bằng không. Điều đó sẽ đúng, phải không? Vì vậy, đó là một điểm.

I'm looking at this second equation, here, just, to start with. Let's see.

Tôi đang xét phương trình thứ hai này, ở đây, ..., để bắt đầu với. Chúng ta hãy xét.

Also, I guess, if z could be one, x and y could be zero, so that would just go straight up that axis. And, probably I'd want a third point here. Let me take x to be zero, z to be zero, then y would be minus a half, right? So there's a third point, somewhere -- oh my -- okay. Let's see.

Tương tự, tôi đoán, nếu z có thể bằng một, x và y có thể bằng không, vì vậy cái đó sẽ chỉ đi thẳng lên trục đó. Và, có lẽ tôi muốn có một điểm thứ ba ở đây. Hãy để tôi chọn x bằng không, z bằng không, do đó y sẽ là trừ 1/2 đúng không? Vì vậy, có một điểm thứ ba, ở đâu đó - oh của tôi - vâng. Chúng ta hãy xét.

I want to put in all the points that satisfy that equation.

Tôi muốn đặt vào trong tất cả các điểm thỏa mãn phương trình đó.

Do you know what that bunch of points will be? It's a plane. If we have a linear equation, then, fortunately, the graph of the thing, the plot of all the points that solve it are a plane.

Bạn có biết tập hợp điểm sẽ là gì không? Nó là một mặt phẳng. Nếu chúng ta có một phương trình tuyến tính thì, may thay, đồ thị của các thứ, đồ thị của tất cả các điểm thỏa mãn nó là một mặt phẳng.

These three points determine a plane, but your lecturer is not Rembrandt and the art is going to be the weak point here.

Ba điểm này xác định một mặt phẳng, nhưng giảng viên của bạn không phải là Rembrandt và khéo léo sẽ là điểm yếu ở đây.

So I'm just going to draw a plane, right? There's a plane somewhere. That's my plane.

Vì vậy tôi sẽ vẽ một mặt phẳng, đúng không? Có một mặt phẳng ở đâu đó. Đó là mặt phẳng của tôi.

That plane is all the points that solves this guy.

Mặt phẳng đó là tất cả các điểm thỏa mãn thẳng này.

Then, what about this one? Two x minus y plus zero z .

Rồi, còn cái này thì sao? Hai x trừ y cộng không z .

So z actually can be anything. Again, it's going to be another plane. Each row in a

three by three problem gives us a plane in three dimensions.

Vì vậy z thực sự có thể là bất cứ thứ gì. Một lần nữa, nó sẽ là mặt phẳng khác. Mỗi hàng trong một bài toán ba nhân ba sẽ cho chúng ta một mặt phẳng trong không gian ba chiều.

So this one is going to be some other plane -- maybe I'll try to draw it like this. And those two planes meet in a line. So if I have two equations, just the first two equations in three dimensions, those give me a line. The line where those two planes meet. And now, the third guy is a third plane. And it goes somewhere.

Vì vậy, cái này sẽ là mặt phẳng khác nào đó- có lẽ tôi sẽ cố gắng vẽ nó như thế này. Và hai mặt phẳng giao nhau theo một đường. Vì vậy, nếu tôi có hai phương trình, chỉ hai phương trình đầu tiên trong không gian ba chiều, những cái này cho tôi một đường. Đường mà ở đó hai mặt phẳng này giao nhau. Và bây giờ, thẳng thứ ba là mặt phẳng thứ ba. Và nó đi đâu đó.

Okay, those three things meet in a point.

Vâng, ba cái này gặp nhau tại một điểm.

Now I don't know where that point is, frankly.

Bây giờ, nói thật tôi không biết điểm đó ở đâu.

But -- linear algebra will find it.

Nhưng—đại số tuyến tính sẽ tìm nó.

The main point is that the three planes, because they're not parallel, they're not special.

Điểm chính là ba mặt phẳng, bởi vì chúng không song song, chúng không đặc biệt.

They do meet in one point and that's the solution.

Chúng gặp nhau tại một điểm và đó là nghiệm.

But, maybe you can see that this row picture is getting a little hard to see. The row picture was a cinch when we looked at two lines meeting.

Nhưng, có lẽ bạn có thể thấy rằng bức tranh hàng này hơi khó hiểu một chút. Bức tranh hàng là một điều xác thực khi chúng ta xét hai đường giao nhau.

When we look at three planes meeting, it's not so clear and in four dimensions probably a little less clear.

Khi chúng ta xét ba mặt phẳng giao nhau, nó không rõ ràng và trong bốn chiều có lẽ lại hơi ít rõ ràng hơn.

So, can I quit on the row picture? Or quit on the row picture before I've successfully found the point where the three planes meet? All I really want to see is that the row picture consists of three planes and, if everything works right, three planes meet in one point and that's a solution.

Vì vậy, tôi có thể thoát bức tranh hàng không? Hoặc ngừng ở bức tranh hàng trước khi tôi tìm thành công điểm mà ở đó ba mặt phẳng giao nhau? Tất cả những gì tôi thực sự muốn xem là bức tranh hàng bao gồm ba mặt phẳng, và nếu mọi thứ đúng, ba mặt phẳng sẽ giao nhau tại một điểm và đó là nghiệm.

Now, you can tell I prefer the column picture.

Bây giờ, bạn có thể nói tôi thích bức tranh cột hơn.

Okay, so let me take the column picture.

Vâng, vì vậy hãy để tôi chọn bức tranh cột.

That's x times -- so there were two x s in the first equation minus one x is, and no x s in the third.

Đó là x nhân -- Vì vậy có hai x trong phương trình đầu tiên trừ một x , và không có x trong phương trình thứ ba.

It's just the first column of that.

Nó chỉ là cột đầu tiên của cái đó.

And how many y s are there? There's minus one in the first equations, two in the second and maybe minus three in the third.

Và có bao nhiêu y ở đó? Có trừ một trong phương trình đầu tiên, hai trong thứ hai và có lẽ trừ ba trong thứ ba.

Just the second column of my matrix.

Chỉ là cột hai của ma trận của tôi.

And z times no z s minus one z s and four z s.

Và z nhân không z trừ một z và bốn z .

And it's those three columns, right, that I have to combine to produce the right-hand side, which is zero minus one four.

Và nó là ba cột này, đúng không, rồi tôi phải kết hợp để tạo ra vế phải, nó là không trừ một bốn.

Okay. So what have we got on this left-hand side? A linear combination.

Vâng. Vậy chúng ta có gì ở vế trái này? Một tổ hợp tuyến tính.

It's a linear combination now of three vectors, and they happen to be -- each one is a three dimensional vector, so we want to know what combination of those three vectors produces that one.

Bây giờ nó là tổ hợp tuyến tính của ba vecto, và chúng đồng thời là -- Mỗi cái là vecto ba chiều, vì vậy chúng ta muốn biết tổ hợp nào của ba vecto này tạo ra cái đó.

Shall I try to draw the column picture, then? So, since these vectors have three components -- so it's some multiple -- let me draw in the first column as before -- x is two and y is minus one. Maybe there is the first column. y -- the second column has maybe a minus one and a two and the y is a minus three, somewhere, there possibly, column two.

Do đó, không biết tôi có nên vẽ bức tranh cột hay không? Vâng, bởi vì các vectơ có ba thành phần - vì vậy nó là một số nhiều - hãy để tôi vẽ cột đầu tiên như trước - x là hai và y là trừ một. Có lẽ đó là cột đầu tiên. y - cột thứ hai có lẽ có trừ một và hai và y là trừ ba, ở đâu đó, có thể ở đó, cột hai.

And the third column has -- no zero minus one four, so how shall I draw that? So this was the first component. The second component was a minus one. Maybe up here.

Và cột thứ ba có -không phải không trừ một bốn, vậy tôi sẽ vẽ cái đó như thế nào? Vì vậy đây là thành phần đầu tiên. Thành phần thứ hai là trừ một. Có lẽ lên đây.

That's column three, that's the column zero minus one and four. This guy.

Đó là cột ba, đó là cột không trừ một một và bốn. Thằng này.

So, again, what's my problem? What this equation is asking me to do is to combine these three vectors with a right combination to produce this one. Well, you can see what the right combination is, because in this special problem, specially chosen by the lecturer, that right-hand side that I'm trying to get is actually one of these columns. So I know how to get that one.

Vì vậy, một lần nữa, vấn đề của tôi là gì? Những gì phương trình này đang yêu cầu tôi làm là kết hợp ba vectơ với một tổ hợp tuyến tính đúng để tạo ra cái này. Vâng, bạn có thể xem tổ hợp tuyến tính thích hợp là gì, bởi vì bài toán đặc biệt này, được chọn đặc biệt bởi giảng viên, mà phía bên tay phải tôi đang cố gắng để nhận được là một trong số các cột này. Vì vậy, tôi biết cách để nhận cái đó.

So what's the solution? What combination will work? I just want one of these and none of these.

Vì vậy nghiệm là gì? Tổ hợp nào sẽ đúng? Tôi chỉ muốn một trong những cái này và không cái nào trong những cái này.

So x should be zero, y should be zero and z should be one. That's the combination.

Vì vậy x sẽ bằng không, y sẽ bằng không và z sẽ bằng một. Đó là tổ hợp tuyến tính.

One of those is obviously the right one.

Một trong những cái đó hiển nhiên là cái đúng.

Column three is actually the same as b in this particular problem. I made it work that way just so we would get an answer, $(0,0,1)$, so somehow that's the point where those three planes met and I couldn't see it before. Of course, I won't always be able to see it from the column picture, either.

Cột ba là thực sự giống như b trong bài toán đặc biệt này. Tôi đã làm cho nó làm việc theo cách đó chỉ vì vậy chúng ta sẽ nhận được một câu trả lời, $(0,0,1)$, do đó, bằng cách nào đó đó là điểm mà ở đó ba mặt phẳng này giao nhau và tôi không thể thấy nó từ trước. Tất nhiên, tôi sẽ không luôn luôn có thể hiểu nó từ bức tranh cột.

It's the next lecture, actually, which is about elimination, which is the systematic way that everybody -- every bit of software, too -- production, large-scale software would solve the equations.

Đó là chương tiếp theo, thực sự, nó nói về sự loại trừ, đó là cách có hệ thống mà mọi người – mỗi phần mềm cũng vậy – sản xuất, phần mềm lớn sẽ giải các phương trình.

So the lecture that's coming up.

Vì vậy chương đang tới gần.

If I was to add that to the syllabus, will be about how to find x , y , z in all cases. Can I just think again, though, about the big picture? By the big picture I mean let's keep this same matrix on the left but imagine that we have a different right-hand side.

Oh, let me take a different right-hand side. So I'll change that right-hand side to something that actually is also pretty special.

Nếu tôi phải thêm vào giáo trình, sẽ là về cách để tìm x , y , z trong mọi trường hợp. Mặc dù, có thể tôi sẽ nghĩ lại, về bức tranh lớn? Qua bức tranh lớn tôi muốn nói rằng chúng ta hãy tiếp tục ma trận tương tự này ở bên trái nhưng tưởng tượng rằng chúng ta có một vế phải khác.Ồ, hãy để tôi chọn một vế phải khác. Vì vậy, tôi sẽ thay đổi vế phải đó thành thứ gì đó thực sự hơi đặc biệt.

Let me change it to -- if I add those first two columns, that would give me a one and a one and a minus three.

Hãy để tôi thay đổi nó thành –Nếu tôi cộng những cái này hai cột đầu tiên, nó sẽ cho tôi một và một và trừ ba.

There's a very special right-hand side.

Đó là vế phải rất đặc biệt.

I just cooked it up by adding this one to this one.

Tôi chỉ bịa ra nó bằng cách cộng cái này với cái này.

Now, what's the solution with this new right-hand side? The solution with this new right-hand side is clear.

Bây giờ, nghiệm với vế phải mới này là gì? Nghiệm với vế phải mới này rõ ràng.

took one of these and none of those.

Lấy một trong những cái này và không cái nào trong cái đó.

So actually, it just changed around to this when I took this new right-hand side.
Vì vậy thực sự, nó chỉ thay đổi quanh cái này khi tôi lấy vế phải mới này.

Okay. So in the row picture, I have three different planes, three new planes meeting now at this point. In the column picture, I have the same three columns, but now I'm combining them to produce this guy, and it turned out that column one plus column two which would be somewhere -- there is the right column -- one of this and one of this would give me the new b . Okay.

Được rồi. Vì vậy, trong bức tranh hàng, tôi có ba mặt phẳng khác nhau, bây giờ ba mặt phẳng mới này giao nhau tại điểm này. Trong bức tranh cột, tôi có ba cột giống nhau, nhưng bây giờ tôi sẽ kết hợp chúng để tạo ra thẳng này, và nó hóa ra là cột một cộng cột hai sẽ ở đâu đó - đó là cột bên phải - một trong những cái này và một trong những cái này sẽ cung cấp cho tôi b mới. Vâng.

So we squeezed in an extra example.

But now think about all b s, all right-hand sides.
Nhưng bây giờ hãy nghĩ về tất cả các b , tất cả vế phải.

Can I solve these equations for every right-hand side? Can I ask that question? So that's the algebra question.

Tôi có thể giải những phương trình này cho mỗi vế phải không? Tôi có thể trả lời câu hỏi đó không? Vì vậy đó là câu hỏi đại số.

Can I solve $Ax=b$ for every b ? Let me write that down.

Tôi có thể giải $Ax=b$ cho mọi b không? Hãy để tôi viết điều đó ra.

Can I solve $Ax = b$ for every right-hand side b ? I mean, is there a solution? And then, if there is, elimination will give me a way to find it.

Tôi có thể giải $Ax=b$ cho mọi vế phải b không? Ý tôi là, đó có phải là một nghiệm không? Và sau đó, nếu đó là nghiệm, phép khử cho tôi cách để tìm nó.

I really wanted to ask, is there a solution for every right-hand side? So now, can I put that in different words -- in this linear combination words? So in linear combination words, do the linear combinations of the columns fill three dimensional space? Every b means all the b s in three dimensional space.

Tôi thực sự muốn hỏi, có nghiệm cho mọi vế phải không? Vì vậy, bây giờ, tôi có thể đặt nó bằng những từ khác - trong các từ tổ hợp tuyến tính này? Vì vậy, trong các từ tổ hợp tuyến tính, tổ hợp tuyến tính của các cột sẽ lấp đầy không gian ba chiều không? Mọi b có nghĩa là tất cả các b trong không gian ba chiều.

Do you see that I'm just asking the same question in different words? Solving $Ax = b$ -- $Ax = b$ -- that's very important. A times x -- when I multiply a matrix by a vector, I get a combination of the columns. I'll write that down in a moment. But in my column picture, that's really what I'm doing. I'm taking linear combinations of these three columns and I'm trying to find b .

Bạn có thấy rằng tôi chỉ hỏi cùng một câu hỏi nhưng bằng những từ khác? Giải $Ax = b$ -- $Ax = b$ -- điều đó rất quan trọng. A nhân x - khi tôi nhân một ma trận với một véc tơ, tôi nhận được một sự kết hợp của các cột. Tôi sẽ viết ra điều đó ngay. Nh ưng trong bức tranh cột của tôi, đó thực sự là những gì tôi sẽ làm. Tôi sẽ chọn tổ hợp tuyến tính ba cột này và tôi đang cố gắng tìm b .

And, actually, the answer for this matrix will be yes. For this matrix A -- for these columns, the answer is yes. This matrix -- that I chose for an example is a good matrix. A non-singular matrix.

Và, thực sự, câu trả lời cho ma trận này sẽ là đúng. Đối với ma trận A này -- đối với những cột này, câu trả lời là đúng. Ma trận này -- tôi chọn cho ví dụ là ma trận tốt. Ma trận không kì dị.

An invertible matrix. Those will be the matrices that we like best. There could be other -- and we will see other matrices where the answer becomes, no -- oh, actually, you can see when it would become no. What could go wrong? How could it go wrong that out of these -- out of three columns and all their combinations -- when would I not be able to produce some b off here? When could it go wrong? Do you see that the combinations -- let me say when it goes wrong. If these three columns all lie in the same plane, then their combinations will lie in that same plane. So then we're in trouble.

Một ma trận khả nghịch. Đó sẽ là những ma trận mà chúng ta thích nhất. Có thể có cái khác - và chúng ta sẽ thấy các ma trận khác ở đó câu trả lời sẽ trở thành không --- oh, thực sự, bạn có thể thấy khi nó sẽ trở thành không. Những gì có thể sai? Làm thế nào nó có thể nó đi sai ngoài những cái này - ngoài ba cột và tất cả các tổ hợp tuyến tính của chúng -- khi nào tôi sẽ không thể tạo ra một số b nào đó lệch khỏi đây? Khi nào nó có thể sai? Bạn có thấy rằng tổ hợp tuyến tính - hãy để tôi nói khi nào nó sai. Nếu tất cả ba cột này đều đồng phẳng, thì tổ hợp tuyến tính của chúng sẽ nằm trong cùng một mặt phẳng đó. Vì vậy, sau đó chúng ta gặp rắc rối.

If the three columns of my matrix -- if those three vectors happen to lie in the same plane -- for example, if column three is just the sum of column one and column two, I would be in trouble. That would be a matrix A where the answer would be no, because the combinations -- if column three is in the same plane as column one and two, I don't get anything new from that.

Nếu ba cột của ma trận của tôi - nếu ba vectơ này đồng thời nằm trong cùng một mặt phẳng - ví dụ, nếu cột ba là tổng của cột một và cột hai, tôi sẽ gặp rắc rối. Đó sẽ là một ma trận ở đó các câu trả lời sẽ là không, bởi vì các tổ hợp tuyến tính - nếu cột ba ở trong

cùng mặt phẳng như cột một và hai, tôi không nhận được bất cứ điều gì mới từ đó.

All the combinations are in the plane and only right-hand sides b that I could get would be the ones in that plane.

Tất cả các tổ hợp tuyến tính đồng phẳng và chỉ các vế phải b mà tôi có thể nhận sẽ là những cái trong mặt phẳng đó.

So I could solve it for some right-hand sides, when b is in the plane, but most right-hand sides would be out of the plane and unreachable.

Vì vậy tôi có thể giải sao cho một số vế phải, khi b ở trong mặt phẳng, nhưng đa số các vế phải sẽ ở ngoài mặt phẳng và không thể đến.

So that would be a singular case.

Vì vậy đó sẽ là một trường hợp đơn.

The matrix would be not invertible.

Ma trận sẽ không khả nghịch.

There would not be a solution for every b .

Đó sẽ không phải là một nghiệm đối với mọi b .

The answer would become no for that.

Câu trả lời sẽ trở thành không cho cái đó.

Okay. I don't know -- shall we take just a little shot at thinking about nine dimensions? Imagine that we have vectors with nine components.

Vâng. Tôi không biết –tôi có nên thử nghĩ một chút về chính hướng không? Hãy tưởng tượng rằng chúng ta có các vecto với chính thành phần.

Well, it's going to be hard to visualize those.

Vâng, sẽ khó để hình dung ra những cái này.

I don't pretend to do it. But somehow, pretend you do. Pretend we have -- if this was nine equations and nine unknowns, then we would have nine columns, and each one would be a vector in nine-dimensional space and we would be looking at their linear combinations. So we would be having the linear combinations of nine vectors in nine-dimensional space, and we would be trying to find the combination that hit the correct right-hand side b . And we might also ask the question can we always do it? Can we get every right-hand side b ? And certainly it will depend on those nine columns. Sometimes the answer will be yes -- if I picked a random matrix, it would be yes, actually. If I used MatLab and just used the random command, picked out a nine by nine matrix, I guarantee it would be good.

Tôi không giả vờ làm việc này. Nhưng bằng cách nào đó, giả sử bạn làm. Giả sử chúng ta có - nếu đây là chín phương trình và chín biến, thì chúng ta sẽ có chín cột, và mỗi cái sẽ là một vecto trong không gian chín chiều và chúng ta sẽ xem xét tổ hợp tuyến tính của chúng. Vì vậy, chúng ta sẽ có tổ hợp tuyến tính của chín vecto trong không gian chín chiều, và chúng ta sẽ cố gắng tìm tổ hợp tuyến tính đúng với vế phải b . Và chúng ta cũng có thể hỏi những câu hỏi có phải chúng ta có thể luôn luôn làm đúng không? Chúng ta có thể nhận mỗi vế phải b không? Và chắc chắn nó sẽ phụ thuộc vào chín cột này. Đôi khi câu trả lời sẽ là có - nếu tôi chọn một ma trận ngẫu nhiên, nó sẽ là có, thực sự. Nếu tôi sử dụng MATLAB và chỉ dùng chức năng ngẫu nhiên, chọn ra một ma trận chín nhân chín, tôi đảm bảo nó sẽ tốt.

It would be non-singular, it would be invertible, all beautiful. But if I choose those columns so that they're not independent, so that the ninth column is the same as the eighth column, then it contributes nothing new and there would be right-hand sides b that I couldn't get.

Nó sẽ không kì dị, nó sẽ khả nghịch, tất cả đều đẹp. Nhưng nếu tôi chọn những cột này sao cho chúng không độc lập, sao cho cột thứ chín giống như cột thứ tám, thì nó không đóng góp gì mới và đó sẽ là các vế phải b mà tôi không thể nhận.

Can you sort of think about nine vectors in nine-dimensional space and take their combinations? That's really the central thought -- that you get kind of used to in linear algebra. Even though you can't really visualize it, you sort of think you can after a while. Those nine columns and all their combinations may very well fill out the whole nine-dimensional space. But if the ninth column happened to be the same as the eighth column and gave nothing new, then probably what it would fill out would be -- I hesitate even to say this -- it would be a sort of a plane -- an eight dimensional plane inside nine-dimensional space.

Bạn có thể phần nào nghĩ về chín vecto trong không gian chín chiều chọn những tổ hợp tuyến tính của chúng không? Nó thực sự ở trung tâm mặc dù - cái mà bạn hồ như quen thuộc trong đại số tuyến tính. Cho dù bạn không thực sự hình dung ra nó, bạn phần nào nghĩ bạn có thể sau một lúc. Chín cột này và tất cả các tổ hợp tuyến tính của chúng làm đầy rất tốt toàn bộ không gian chín chiều. Nhưng nếu cột thứ chín ngẫu nhiên giống như cột thứ tám và không cho điều gì mới, thì những gì nó sẽ làm đầy sẽ là -Tôi ngập ngừng khi nói điều này -nó sẽ là phần nào của mặt phẳng -một không gian tám chiều bên trong không gian chín chiều.

And it's those eight dimensional planes inside nine-dimensional space that we have to work with eventually.

Và nó là những mặt phẳng tám chiều này bên trong không gian chín chiều mà cuối cùng chúng ta phải xét.

For now, let's stay with a nice case where the matrices work, we can get every right-hand side b and here we see how to do it with columns. Okay.

Bây giờ, chúng ta hãy ở lại với trường hợp đẹp ở đó ma trận làm việc, chúng ta có thể nhận được mọi vế phải b và chúng ta hiểu cách để làm nó với các cột. Vâng.

There was one step which I realized I was saying in words that I now want to write in letters.

Đó là một bước mà tôi thực sự đang nói theo những từ mà bây giờ tôi muốn viết ra dưới

dạng kí tự.

Because I'm coming back to the matrix form of the equation, so let me write it here. The matrix form of my equation, of my system is some matrix A times some vector x equals some right-hand side b . Okay.

Bởi vì tôi đang quay lại dạng ma trận của phương trình, vì vậy hãy để tôi viết nó ra đây. Dạng ma trận của phương trình của tôi, của hệ của tôi là một ma trận A nào đó nhân một vecto x nào đó bằng vế phải b nào đó. Vâng.

So this is a multiplication. A times x .

Vì vậy đây là phép nhân. A nhân x .

Matrix times vector, and I just want to say how do you multiply a matrix by a vector? Okay, so I'm just going to create a matrix -- let me take two five one three - - and let me take a vector x to be, say, 1 and 2. How do I multiply a matrix by a vector? But just think a little bit about matrix notation and how to do that in multiplication.

Ma trận nhân vecto, và tôi chỉ muốn nói bạn nhân một ma trận với một vecto như thế nào? Vâng, tôi sẽ tạo ra một ma trận -hãy để tôi chọn hai năm một ba - - và hãy để tôi chọn vector x giả sử là 1 và 2. Tôi nhân một ma trận với một vector như thế nào? Nhưng chỉ nghĩ một chút về các kí hiệu ma trận và cách để làm điều đó trong phép nhân.

So let me say how I multiply a matrix by a vector.

Vì vậy hãy để tôi nói cách tôi nhân ma trận với vecto.

Actually, there are two ways to do it.

Thực sự, có hai cách để làm điều đó.

Let me tell you my favorite way.

Hãy để tôi nói cho bạn cách yêu thích của tôi.

It's columns again. It's a column at a time.

Nó lại là cột. Nó là một cột một lần.

For me, this matrix multiplication says I take one of that column and two of that column and add.

Đối với tôi, nhân ma trận này nói tôi chọn một của cột đó và hai của cột đó và cộng.

So this is the way I would think of it is one of the first column and two of the second column and let's just see what we get. So in the first component I'm getting a two and a ten. I'm getting a twelve there.

Vì vậy đây là cách tôi sẽ nghĩ về nó là một của cột đầu tiên và hai của cột thứ hai và chúng ta thấy những gì chúng ta nhận được. Vì vậy trong thành phần đầu tiên tôi có hai và mười. Tôi có mười hai ở đó.

In the second component I'm getting a one and a six, I'm getting a seven. So that matrix times that vector is twelve seven. Now, you could do that another way. You could do it a row at a time. And you would get this twelve -- and actually I pretty much did it here -- this way.

Trong thành phần thứ hai tôi có một và sáu, tôi có bảy. Sao cho ma trận nhân vecto đó bằng mười hai bảy. Bây giờ, bạn có thể làm điều đó theo một cách khác. **Bạn có thể làm nó một hàng một lần.** Và bạn sẽ nhận được mười hai này – Và thực sự tôi đã làm nó khá nhiều ở đây – cách này.

Two -- I could take that row times my vector.

Hai –Tôi có thể chọn hàng đó nhân vecto của tôi.

This is the idea of a dot product.

Đây là ý tưởng của tích vô hướng.

This vector times this vector, two times one plus five times two is the twelve. This vector times this vector -- one times one plus three times two is the seven.

Vecto này nhân vecto này, hai nhân một cộng năm nhân hai bằng 12. Vecto này nhân vecto này – một nhân một cộng ba nhân hai bằng bảy.

So I can do it by rows, and in each row times my x is what I'll later call a dot product.

Vì vậy tôi có thể làm nó bằng các hàng, và trong mỗi hàng nhân x của tôi là những gì sau này tôi sẽ gọi là tích vô hướng.

But I also like to see it by columns.

Nhưng tôi cũng muốn thấy nó qua các cột.

I see this as a linear combination of a column.

Tôi thấy cái này như một tổ hợp tuyến tính của một cột.

So here's my point. A times x is a combination of the columns of A . That's how I hope you will think of A times x when we need it.

Vì vậy đây là điểm của tôi. A nhân x là một tổ hợp tuyến tính của các cột của A . Đó là cách mà tôi mong bạn sẽ nghĩ về A nhân x khi chúng ta cần nó.

Right now we've got -- with small ones, we can always do it in different ways, but later, think of it that way. Okay.

Ngay bây giờ chúng ta có –với những cái nhỏ, chúng ta luôn luôn có thể làm nó theo những cách khác nhau, nhưng sau đó, nghĩ về nó theo cách đó. Vâng.

So that's the picture for a two by two system.

Đó là bức tranh đối với hệ hai nhân hai.

And if the right-hand side B happened to be twelve seven, then of course the correct solution would be one two.

Và nếu vế phải B đồng thời là 12 7, thì tất nhiên nghiệm chính xác sẽ là 1 2

Okay. So let me come back next time to a systematic way, using elimination, to find the solution, if there is one, to a system of any size and find out -- because if elimination fails, find out when there isn't a solution. Okay, thanks.

Vâng. Vì vậy lần tới chúng ta sẽ quay lại cách có hệ thống, dùng phép khử, để tìm nghiệm, nếu có một, đối với một hệ có kích thước bất kì và giải ra --bởi vì nếu phép khử sai, giải ra khi đó không phải là một nghiệm. Vâng, cảm ơn.