CHƯƠNG 2

CÁC HIỆN TƯỢNG QUANG HỌC ĐI KÈM VỚI NHIỄU TRẮNG

Như đã đề cập đến trong Chương 1, tương tác cộng hưởng của một số laser với hệ nguyên tử là bài toán quang lượng tử điển hình, trong đó biên độ và pha của ánh sáng laser luôn luôn thay đổi và va chạm giữa các phần tử của hệ thường xuyên được chú trọng. Bản chất vi mô của tất cả các quá trình phục hồi tương ứng rất phức tạp, vì thế người ta thường mô hình hóa chúng bằng các quá trình ngẫu nhiên cổ điển phụ thuộc thời gian. Do đó, phương trình động học mô tả bài toán chính là các phương trình vi phân ngẫu nhiên. Khi thời gian kết hợp của nhiễu xấp xỉ thang thời gian nội tại của hệ nguyên tử, việc tìm được một nghiệm chính xác của các phương trình ngẫu nhiên như thế rất khó khăn. Những phương trình này không thể giải được đối với một số lượng hữu hạn các số hạng ngoại trừ những trường hợp cụ thể, chẳng hạn như trường hợp nhiễu trắng hỗn loạn. Trong chương tiếp theo, chúng ta sẽ xét một trường hợp khác về các mô hình có thể giải được dựa vào quá trình gauss sơ cấp [40]. Trong chương này, chúng ta chỉ xét nhiễu trắng của trường đặc trưng cho biên độ trường điện của laser đa mode, hoạt động khi giữa các mode không có bất kỳ sự tương quan nào. Trước hết, chúng tôi trình bày phương pháp Fano, một nền tảng cơ bản cho nhiều hiện tượng khác nhau trong các phần tiếp theo.

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$n(\omega_p) = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{Re}\,\chi\,, \tag{2.34a}$$

$$\alpha(\omega_p) = k_p\,\mathrm{Im}\,\chi\,, \tag{2.34b}$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$\gamma_{jk} = \frac{\Gamma_j + \Gamma_k}{2}, \tag{2.35}$$

[redacted]

[redacted]

$$\gamma_{bc} = \frac{\Gamma_b + \Gamma_c}{2}. \tag{2.36}$$

[redacted]

$$\gamma_{bc}^{(a)} = \frac{\Gamma_c^{(a)}}{2} \quad \text{(trong hệ xếp tầng :} \quad \Gamma_b^{(a)} = 0\text{)}, \tag{2.37a}$$

$$\gamma_{bc}^{(b)} = 0 \quad \text{(trong hệ} \quad \Lambda\text{: } \Gamma_b^{(b)} = 0 \text{ và } \Gamma_c^{(b)} = 0\text{)}, \tag{2.37b}$$

$$\gamma_{bc}^{(c)} = \frac{\Gamma_b^{(c)} + \Gamma_c^{(c)}}{2} \quad \text{(trong hệ V).} \tag{2.37c}$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$v_g = \frac{c}{n(\omega_p) + \omega_p \dfrac{dn}{d\omega_p}}, \tag{2.38}$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{0d} + \varepsilon(t), \tag{2.39}$$

[redacted]

$$H = H_0 + H_1, \tag{2.40}$$

[redacted]

$$H_0 = E_b |b\rangle\langle b| + E_c |c\rangle\langle c| + \int dE E |E\rangle\langle E|, \tag{2.41}$$

$$H_1 = -\frac{1}{2}\left(\varepsilon_p \int dE \left(E|d|b\right\rangle e^{i(k_p z_p - \omega_p t)} |b\rangle\langle E| + \varepsilon_d \int dE \left(E|d|c\right\rangle e^{-i\omega_d t} |c\rangle\langle E|\right) + H.C, \tag{2.42}$$

[redacted]

$$\sigma_{bb}^{(0)} = 1, \ \ \sigma_{EE}^{(0)} = \sigma_{cc}^{(0)} = \sigma_{cE}^{(0)} = 0, \tag{2.43}$$

[redacted]

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\sigma}_{Eb} &= (E - E_b)\sigma_{Eb} - \frac{1}{2}\varepsilon_p \left(E|d|b\right\rangle e^{i(k_p z_p - \omega_p t)} - \frac{1}{2}\varepsilon_d \left(E|d|c\right\rangle e^{-i\omega_d t}\sigma_{cb}, \\ i\hbar\dot{\sigma}_{cb} &= (E_c - E_b)\sigma_{cb} - \frac{1}{2}\varepsilon_d^* \int \langle c|d|E) e^{i\omega_d t}\sigma_{Eb} - i\hbar\gamma_{cb}\sigma_{cb}, \end{aligned} \tag{2.44}$$

[redacted]

$$\begin{aligned} \rho_{Eb} &= \sigma_{Eb} e^{-i(k_p z_p - \omega_p t)}, \\ \rho_{cb} &= \sigma_{cb} e^{-i(k_p z_p - \omega_p t + \omega_d t)}, \end{aligned} \tag{2.45}$$

[redacted]

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\rho}_{Eb} &= \left(E - E_b - \hbar\omega_p\right)\rho_{Eb} - \frac{1}{2}\left(E|d|b\right\rangle\varepsilon_p - \frac{1}{2}\left(E|d|c\right\rangle\left(\varepsilon_{0d} + \varepsilon(t)\right)\rho_{cb}, \\ i\hbar\dot{\rho}_{cb} &= \left(E_c + \hbar\omega_d - E_b - \hbar\omega_p - i\hbar\gamma_{cb}\right)\rho_{cb} - \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{0d} + \varepsilon(t)\right)^* \int \langle c|d|E)\rho_{Eb} dE. \end{aligned} \tag{2.46}$$

[redacted]

$$A_1 = \begin{pmatrix} (E' - E_b - \hbar\omega_p)\delta(E - E') & -\frac{1}{2}\langle E'|d|c\rangle \varepsilon_{0d}\delta(E - E') \\ -\frac{1}{2}\varepsilon_{0d}^* \langle c|d|E) & (E_c + \hbar\omega_d - E_b - \hbar\omega_p - i\hbar\gamma_{cb})\delta(E - E') \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\langle E'|d|c\rangle\delta(E - E') \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.47}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\langle c|d|E) & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\langle E'|d|b\rangle\varepsilon_p\delta(E - E') \\ 0 \end{pmatrix},$$

[redacted]

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\rho}_{Eb} &= \left[(E - E_b - \hbar\omega_p) + a_0 (E|d|c\rangle\langle c|d|E)\right]\rho_{Eb} - \frac{1}{2}(E|d|b\rangle\varepsilon_p - \frac{1}{2}(E|d|c\rangle b\rho_{cb}, \\ i\hbar\dot{\rho}_{cb} &= \left[(E_c + \hbar\omega_d - E_b - \hbar\omega_p - i\hbar\gamma_{cb}) + a_0 \langle c|d|E)(E|d|c\rangle\right]\rho_{cb} - \frac{1}{2}b^* \int \langle c|d|E)\rho_{Eb}\, dE, \end{aligned} \tag{2.48}$$

[redacted]

$$P^+(\omega_p) = N\int d_{bE}\,\rho_{Eb}\, dE = \varepsilon_0\varepsilon_1\chi(\omega_p), \tag{2.49}$$

[redacted]

$$\chi(\omega_p) = -\frac{N}{\varepsilon_0}\left(\Re_{bb} + \frac{\frac{1}{4}b_0^2\Re'_{bc}\Re_{cb}}{E_b + \hbar\omega_p - E_c - \hbar\omega_d + i\hbar\gamma_{cb} - \frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}}\right). \tag{2.50}$$

[redacted]

$$\Re_{jk}\left(\omega_p\right) = \lim_{\eta \to 0^+} \int \frac{\langle j|d|E)(E|d|k\rangle}{E_b + \hbar\omega_p - E - a_0 \langle c|d|E)(E|d|c\rangle + i\,\eta} dE\,, \tag{2.51}$$

$$\Re'_{jk}\left(\omega_1\right) = \lim_{\eta \to 0^+} \int \frac{\langle j|d|E)(E|d|k\rangle}{\left(E_b + \hbar\omega_p - E - a_0 \langle c|d|E)(E|d|c\rangle + i\eta\right)\left(1 + \frac{a_0 \langle c|d|E)(E|d|c\rangle}{E_c + \hbar\omega_d - E_b - \hbar\omega_p - i\hbar\gamma_{cb} + (1/4)b_0^2 \Re_{cc}}\right)} dE, \tag{2.52}$$

[redacted]

$$\langle j|d|E) = \langle j|d|E\rangle \frac{E - E_a + q_j\gamma}{\sqrt{\left(E - E_a\right)^2 + \Gamma^2}}, \tag{2.53}$$

[redacted]

$$q_b = \frac{\langle b|d|a\rangle + P\int \frac{\langle b|d|E'\rangle\langle E'|U|a\rangle}{E - E'} dE'}{\pi \langle b|d|E\rangle\langle E|U|a\rangle}\,. \tag{2.54}$$

[redacted]

[redacted]

$$\Re_{jk}\left(\omega_p\right)=2i\pi B_j B_k\left(\frac{1}{2}-\frac{\left(E_{11}-E_a+q_j\Gamma\right)\left(E_{11}-E_a+q_k\Gamma\right)}{\left(E_{11}-E_{12}\right)\left(E_{11}-E_{13}\right)}+\frac{\left(E_{12}-E_a+q_j\Gamma\right)\left(E_{12}-E_a+q_k\Gamma\right)}{\left(E_{11}-E_{12}\right)\left(E_{12}-E_{13}\right)}\right), \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned}\Re'_{jk}\left(\omega_p\right)=2i\pi B_j B_k&\left(\frac{E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}-\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}}{E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}-\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}-a_0B_c^2}\right)\\
&\times\left(\frac{1}{2}-\frac{\left(E_{11}-E_a+q_j\Gamma\right)\left(E_{11}-E_a+q_k\Gamma\right)\left(\left(E_{11}-E_a\right)^2+\Gamma^2\right)}{\left(E_{11}-E_{12}\right)\left(E_{11}-E_{13}\right)\left(E_{11}-E_{14}\right)\left(E_{11}-E_{15}\right)}\right.,\\
&+\frac{\left(E_{12}-E_a+q_j\Gamma\right)\left(E_{12}-E_a+q_k\Gamma\right)\left(\left(E_{12}-E_a\right)^2+\Gamma^2\right)}{\left(E_{11}-E_{12}\right)\left(E_{12}-E_{13}\right)\left(E_{12}-E_{14}\right)\left(E_{12}-E_{15}\right)}\\
&\left.+\frac{\left(E_{14}-E_a+q_j\Gamma\right)\left(E_{14}-E_a+q_k\Gamma\right)\left(\left(E_{14}-E_a\right)^2+\Gamma^2\right)}{\left(E_{11}-E_{14}\right)\left(E_{14}-E_{12}\right)\left(E_{14}-E_{13}\right)\left(E_{14}-E_{15}\right)}\right)\end{aligned} \quad (2.56)$$

[redacted]

$$\begin{aligned}E_{11}&=\frac{1}{6}Y-6Z+W,\\
E_{12}&=-\frac{1}{12}Y+3Z+W+\frac{i\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{6}Y+6Z\right),\\
E_{13}&=-\frac{1}{12}Y+3Z+W-\frac{i\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{6}Y+6Z\right),\\
E_{14}&=E_a-\frac{a_0\Gamma B_c^2 q_c}{\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}+a_0B_c^2}\\
&\quad+\frac{\Gamma\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}-\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}\right)^{1/2}}{\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}+a_0B_c^2}\\
&\quad\times\left(\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}+a_0B_c^2\left(1+q_c^2\right)\right)^{1/2},\\
E_{15}&=E_a-\frac{a_0\Gamma B_c^2 q_c}{\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}+a_0B_c^2}\\
&\quad-\frac{\Gamma\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}-\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}\right)^{1/2}}{\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2\Re_{cc}+a_0B_c^2}\\
&\quad\times\left(\left(E_b+\hbar\omega_p-E_c-\hbar\omega_d+i\hbar\gamma_{cb}\right)+\frac{1}{4}b_0^2A_{cc}+a_0B_c^2\left(1+q_c^2\right)\right)^{1/2},\end{aligned} \quad (2.57)$$

[redacted]

$$
\begin{aligned}
Y = \Big\{ & 8\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^3 - 24a_0 B_c^2\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^2 + 72\Gamma^2\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right) \\
& + 24a_0^2 B_c^4\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a + 3q_c\Gamma\right) - 72a_0 B_c^2 \Gamma q_c\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a + \frac{3}{2}q_c\Gamma\right) + 36a_0 B_c^2\Gamma^2 \\
& - 8a_0^3 B_c^6 + 4\Gamma\Big[108\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^4 - \left(324a_0 B_c^2 + 108a_0 B_c^2 q_c^2\right)\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^3 \\
& + \left(216\Gamma^2 + 324a_0^2 B_c^4 + 216a_0^2 B_c^4 q_c^2 - 1080a_0 B_c^2\Gamma q_c\right)\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^2 \\
& + \left(972a_0^2 B_c^4\Gamma q_c^3 - 108a_0^3 B_c^6 - 108a_0^3 B_c^6 q_c^2\right)\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right) \\
& + \left(1188a_0^2 B_c^4\Gamma q_c + 540a_0 B_c^2\Gamma^2 - 972a_0 B_c^2\Gamma^2 q_c^2\right)\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right) \\
& + 108\Gamma^4 + 81a_0^2 B_c^4\Gamma^2 q_c^2\left(10 + 9q_c^2\right) - 108a_0^3 B_c^6\Gamma q_c\left(1 + q_c^2\right) \\
& - 27a_0^2 B_c^4\Gamma^2 + 648a_0 B_c^2\Gamma^3 q_c\Big]^{1/2}\Big\}^{1/3}, \\
Z = & \frac{3\Gamma^2 - \left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right)^2 + 2a_0 B_c^2\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a\right) + 6a_0 B_c^2\Gamma q_c - a_0^2 B_c^4}{9Y}, \\
W = & \frac{1}{3}\left(E_b + \hbar\omega_p - E_a - a_0 B_c^2\right) + E_a.
\end{aligned}
\tag{2.58}
$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$\chi\left(\omega_p\right) = -\frac{N}{\varepsilon_0}\Re_{bb}. \tag{2.59}$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

$$n(\omega_p) = 1 + \frac{\omega_p}{2} \frac{d}{d\omega_p} \operatorname{Re} \chi(\omega_p). \qquad (2.60)$$

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]