

Đại lượng	Đơn vị	Kết quả thực nghiệm	Tiên đoán lý thuyết
Dịch chuyển Lamb trong hydro (2S112 2P..2)	MHz	1()57.845(9)	1 ()57.857(12)
Cấu trúc tinh tế trong hydro (2P3 2 2S, 2)	MHz	9911.17(4)	9911.13(4)
Sự tách siêu tinh tế của trạng thái liên kết hydro	MHz	142().4()57517667(9)	1420.403444(1278)
Sự tách siêu tinh tế trong positronium	MHz	2()3389.1 () (74)	203402.51
Sự tách siêu tinh tế trong muonium	MHz	4463.30288(16)	4463.3047(27)
Mô men từ dị thường điện tử	$\frac{e}{2m_e}$	1165.911()(1101 x 1()6	1165.9203(20) x 10
Mô men từ dị thường muon	$\frac{e}{2m^\wedge}$	1159.65220()(4()) x 106	1159.652459(43) x 1()

Theo yêu cầu của khách hàng, trong một năm qua, chúng tôi đã dịch qua 16 môn học, 34 cuốn sách, 43 bài báo, 5 sổ tay (chưa tính các tài liệu từ năm 2010 trở về trước) Xem ở đây

**DỊCH VỤ
DỊCH
TIẾNG
ANH
CHUYÊN
NGÀNH
NHANH
NHẤT VÀ
CHÍNH
XÁC
NHẤT**

Chỉ sau một lần liên lạc, việc dịch được tiến hành

Giá cả: có thể giảm đến 10 nghìn/1 trang

Chất lượng: Tao dựng niềm tin cho khách hàng bằng công nghệ 1. Bạn thấy được toàn bộ bản dịch; 2. Bạn đánh giá chất lượng. 3. Bạn quyết định thanh toán.

Tài liệu này được dịch sang tiếng việt bởi:

www.mientayvn.com

Tìm bản gốc tại thư mục này (copy link và dán hoặc nhấn Ctrl+Click):

<https://drive.google.com/folderview?id=0B4rAPqlxIMRDSFE2RXQ2N3FtdDA&usp=sharing>

Liên hệ để mua:

thanhlam1910_2006@yahoo.com hoặc frbwrthes@gmail.com hoặc số 0168 8557 403 (gặp Lâm)

Giá tiền: 1 nghìn /trang đơn (trang không chia cột); 500 VND/trang song ngữ

Dịch tài liệu của bạn: http://www.mientayvn.com/dich_tiang_anh_chuyen_nghanh.html

4 Các hạt có spin một

Các hạt có spin sẽ có thêm các bậc tự do thay đổi theo các phép quay một cách phức tạp. Vì vậy, các hạt này được đặc trưng bởi giá trị của động lượng và sự định hướng của "spin" của chúng. Đối với các hạt spin-1, sự định hướng này được mô tả bởi một vector spin ba chiều. Theo cơ học lượng tử, đối với một động lượng nhất định, có ba trạng thái độc lập phân biệt với giá trị spin dọc theo một trục nào đó khác nhau (trong trường hợp này, những giá trị này là ± 1 và 0 theo đơn vị \hbar). Tuy nhiên, các hạt không khối lượng có spin là trường hợp đặc biệt, bởi vì spin của chúng chỉ có thể định hướng song song hoặc đối song song với hướng chuyển động. Do đó, các hạt không khối lượng có spin chỉ có hai trạng thái spin khác nhau, bất kể giá trị spin toàn phần của chúng. Chương này xét các hạt có spin 1, còn được gọi là các hạt vector. Ví dụ dễ thấy về các hạt spin 1 khối lượng lớn là các meson $\rho, \phi, J/\psi$ và Y , và các boson vector trung gian yếu W^\pm và Z . Hạt có spin 1 không khối lượng duy nhất đã được biết là photon. Các trường tự do của các hạt spin 1 khối lượng lớn được mô tả bởi Lagrange Proca, và các trường của các hạt spin 1 không khối lượng được mô tả bằng các Lagrange Maxwell. Chúng ta sẽ thảo luận bốn loại tương tác hạt điển hình có liên quan đến các photon, cụ thể là tán xạ điện từ của các pion, tán xạ pion-Compton, phân rã $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, và sự phân rã phóng xạ $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$

4.1. Các hạt có spin 1 khối lượng lớn

Phương pháp tương đối tính tiêu chuẩn để khảo sát các hạt spin 1 là theo một trường bốn vectơ $V_\mu(x)$, có Lagrang tự do là Lagrang Proca,

$$\dots\dots\dots(4.1)$$

Số hạng đầu tiên và số hạng thứ ba là một sự tổng quát đơn giản của Lagrangian Klein-Gordon cho các trường vô hướng; nguyên nhân hiện diện của số hạng thứ hai sẽ được làm rõ ngay sau đây. Các phương trình trường tương ứng với (4.1) suy ra từ nguyên lý Hamilton, đòi hỏi rằng (yêu cầu rằng) tác động sẽ dừng dưới những biến phân nhỏ $V_\mu \rightarrow V_\mu + \delta V_\mu$, biến mất tại biên của miền tích phân của tích phân tác dụng. Do đó chúng ta xét,

$$\dots\dots\dots(4.2)$$

Sau khi lấy tích phân từng phần, bằng cách sử dụng các điều kiện biên trên δV_μ , biểu thức này có dạng

$$\dots\dots\dots$$

Chính là phương trình trường Proca

.....
Khi $m^2 \neq 0$ và đạo hàm $\partial^\mu V_\mu = 0$, thì (4.4) tương đương với hai phương trình sau đây,

.....
Bây giờ, lý do xuất hiện của số hạng thứ hai trong (4.1) rất rõ ràng; hệ số của nó đã được chọn sao cho có thể thu được một phương trình Klein-Gordon cho mỗi thành phần của V_μ một cách riêng biệt, cùng với một ràng buộc bổ sung. Các ràng buộc sau sẽ hạn chế số lượng nghiệm sóng phẳng độc lập của (4.5) đến ba, thích hợp cho một hạt spin 1, tức là,

.....
Việc xác định một tập hợp các vector phân cực độc lập $\varepsilon_\mu(\mathbf{k})$ là đơn giản. Trong hệ quy chiếu đứng yên $k^\mu = (\mathbf{0}, m)$, do đó, $\varepsilon(\mathbf{k}) = 0$ cho biết rằng thành phần thứ tư của ε_μ biến mất. Trong một hệ quy chiếu tổng quát, người ta phân biệt hai loại phân cực khác nhau: hai vector phân cực ngang độc lập trực giao với cả k và \mathbf{k} , và một vector phân cực dọc có các thành phần không gian được chọn dọc theo hướng \mathbf{k} . Do đó, khi $k^\mu = (\mathbf{k}, \omega(\mathbf{k}))$, chúng ta có hai phân cực ngang,

.....
và một phân cực dọc,

.....(4.8)

ở đây để thuận tiện chúng ta áp dụng phép chuẩn hóa

.....
Lưu ý rằng sự khác nhau giữa các vector phân cực ngang và dọc không phải là bất biến Lorentz, bởi vì vector phân cực ngang và dọc chuyển đổi qua lại qua phép biến đổi Lorentz.

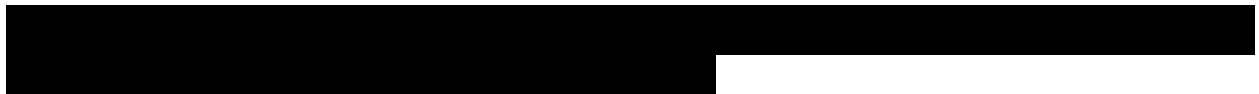
Ở trên, chúng ta đã giả sử rằng các vector phân cực là thực ($\bar{\varepsilon}_\mu = \varepsilon_\mu$). Do đó, các sóng phẳng tương ứng (4.6) phân cực tuyến tính. Một lựa chọn khác cho các vector phân cực, thường là thuận tiện, liên quan đến các vector riêng helicity (xoắn ốc). Helicity đo spin của hạt theo hướng chuyển động của nó {theo đơn vị \hbar }. Để đo spin dọc theo \mathbf{k} người ta áp dụng phép quay quanh \mathbf{k} cho trường. Khi \mathbf{k} hướng theo hướng z dương một phép quay như thế (theo chiều kim đồng hồ) có dạng

.....
với
.....

Một vectơ phân cực với helicity A là một trạng thái riêng của ma trận quay với trị riêng $\exp(i\lambda\theta)$. Rõ ràng, vectơ phân cực dọc (4.8) là bất biến đối với phép quay, và do đó có helicity bằng không. Các vectơ phân cực ngang (4.7) tách thành hai vector riêng helicity với $A = \pm 1$, là các đại lượng phức, cụ thể là (với \mathbf{k} theo hướng z dương),

.....
trong khi vector có helicity bằng không là vector dọc được cho bởi (4.8). Các vector phân cực (4.8) và (4.11) mô tả các hạt đến của các helicity tương ứng. Đối với các hạt đi ra, người ta phải sử dụng các vector liên hợp các vectơ phân cực $\bar{\epsilon}(\mathbf{k}; \lambda)$. Đối với vectơ phân cực phức, chúng ta có các điều kiện trực chuẩn (bất biến Lorentz),

.....
tương ứng với (4.9).



[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

Bây giờ chúng ta phải tính toán bình phương của biên độ và lấy tổng (trung bình) trên các phân cực photon cuối cùng (ban đầu). Cách đơn giản nhất để làm điều này là sử dụng (4.41), bởi vì chúng ta xác nhận rằng (4.62) và (4.63) được thỏa mãn. Sau một số phép tính đại số chúng ta tìm được

.....

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

.....

Khi $s = M^2$ chúng ta phải tính đến việc ρ^0 không phải là một hạt ổn định. Do đó hệ số propagator $s - M^2$ trở thành $s - M^2 + iM\Gamma$ ở đây Γ là tốc độ phân rã toàn phần trong hệ quy chiếu đứng yên. Bây giờ đánh giá tiết diện vi phân trong hệ quy chiếu khối tâm, trong giới hạn $M \rightarrow 0$ và $\Gamma \rightarrow 0$ có thể được so sánh với (4.51). Lấy tích phân kết quả này để tìm tiết diện toàn phần như một hàm theo s , và so sánh kết quả của bạn với (3.92). Quan sát hệ số 3 và chứng minh rằng điều này phù hợp với thảo luận trong tài liệu sau phần (3.92).

4.4. Để mô tả các tương tác của các photon với các hạt vector khối lượng lớn tích điện, hãy xét (4.1) đối với hai trường thực W_μ^1 và W_μ^2 , chuyển sang cơ sở phức $\sqrt{2}W_\mu = W_\mu^1 - iW_\mu^2$, $\sqrt{2}\bar{W}_\mu = W_\mu^1 + iW_\mu^2$ và áp dụng thay thế điện từ cực tiểu như trong phần 4.3. Lưu ý rằng các phép biến đổi $\bar{W}_\mu = (1 - 2\delta_{\mu 4})W_\mu^*$ đóng vai trò như một véc tơ dưới phép biến đổi Lorentz (tham khảo A.24). Chứng tỏ rằng Lagrange cuối cùng là

..... (1)

Chứng minh rằng bất biến của (1) dưới các biến đổi gauge điện từ (xem 4.43):

..... (2)

Có thể thêm vào (1) một số hạng bất biến gauge một cách riêng biệt, cụ thể là

.....(3)

trong hệ quy chiếu đứng yên hạt mô tả một sự ghép bổ sung (thêm vào) với trường từ. Do đó (3) được gọi là số hạng momen từ dị thường.

Sử dụng k, p và r như các động lượng của hạt tới tương ứng với các trường A_μ, W_ρ và \bar{W}_σ , chứng tỏ rằng vertex ba điểm tương ứng với (1) và (3) là

.....(4)

ở đây chúng ta đã triệt tiêu hệ số thông thường $i(2\pi)^4 \delta^4(k + p + r)$.

Xây dựng biên độ bất biến cho một tương tác photon ảo với một W^+ đến và đi,

..... 5.

ở đây $\epsilon_\rho(\mathbf{p}_1)$ và $p_1, \bar{\epsilon}_\rho(\mathbf{p}_2)$ và p_1 là vector phân cực và động lượng của W^+ tới (đi ra). Hai số hạng này trong (5) mô tả sự ghép của photon với điện tích và momen từ của hạt vector. Chúng ta thấy rằng sự ghép mômen từ tỷ lệ với $1 + \kappa$. Chứng minh

rằng photon ghép với dòng được bảo toàn, tức là $(p_2 - p_1)_\mu \mathcal{M}_\mu(p_2, p_1) = 0$. So sánh (5) với biểu thức tương ứng đối với sự ghép của một photon ảo với π^+ đến và đi. Chứng tỏ rằng bình phương của (5), được tính trung bình trên các phân cực W đến và được tính tổng trên các phân cực W đi, bằng

$$\dots\dots\dots (6)$$

trong đó $Q = p_2 - p_1$, $P = p_2 + p_1$ (sao cho $P \cdot Q = 0$). Lưu ý rằng (6) thỏa mãn

Lặp lại phân tích cho vertex pion dùng $Q = q_1 - q_2$, $R = q_1 + q_2$ (sao cho $Q \cdot R = 0$) để tìm tensor tương ứng

$$\dots\dots\dots (7)$$

$$\text{thỏa mãn } Q_\mu L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu} Q_\nu = 0.$$

Viết bình phương của biên độ cho quá trình tán xạ điện từ

.....

Theo (6) và (7). Dùng $s = -(p_1 + q_1)^2$, $t = -(p_1 - p_2)^2$ và $u = (p_1 - q_2)^2$, chứng tỏ rằng tiết diện vi phân bất biến

.....

Biểu diễn kết quả này theo góc tán xạ phòng thí nghiệm dùng (4,54) và so sánh kết quả với (4.55).

Bây giờ hãy xét biên độ bất biến của tán xạ Compton (tức là $\gamma + W^+ \rightarrow \gamma + W^+$). Kể đến (gộp vào) đóng góp từ vertex bốn điểm đỉnh tương ứng với (1)

.....

ở đây k , q , p và r là các động lượng đến đối với các trường A_μ , A_ν , W_ρ và \bar{W}_σ . Giữ cho các photon off-shell và chứng tỏ rằng biên độ Compton ngang (xem mục 4.4).

Trong vật lý, đặc biệt trong lý thuyết trường lượng tử, những cấu hình của một hệ vật lý thỏa mãn phương trình chuyển động được gọi là on shell, và những cấu hình không thỏa mãn được gọi là off shell.

4.5. Để thấy được số hạng cố định gauge (4.35) chỉ đưa vào thêm một bậc tự do vào trong lý thuyết mà không ảnh hưởng đến các tương tác (tham khảo, các thảo luận dẫn đến 4.35), xét lý thuyết Maxwell được ghép với nguồn bảo toàn, tức là

.....
Với $\partial_\mu J_\mu = 0$. Sau khi thêm (4.35) phương trình trường của A_μ là

..... (2)

Contract (co lại, thỏa hiệp) phương trình này với đạo hàm khác dẫn đến phương trình trường tự do của $\partial \cdot A$, chẳng hạn,

..... (3)

Đề cụ thể hơn, người ta có thể chọn lý thuyết (4.42) cho các pion mang điện được ghép với các photon. Trong mô hình này dòng tương ứng với

..... (4)

Chúng tỏ rằng dòng này được bảo toàn như kết quả của các phương trình pion của chuyên động, do đó (3) sẽ được thỏa mãn khi có sự hiện diện của số hạng cố định gauge (4,35).

4.6. Từ (4,64) rút ra công thức sau đây cho quá trình tán xạ pion Compton, trong đó θ_{CM} là góc tán xạ photon trong hệ quy chiếu khối tâm

.....
Lấy tích phân phương trình này để tìm tiết diện toàn phần,

.....
4.7 Xét Lagrange tương tác liên quan đến trường photon A_μ , trường pion trung hòa ϕ và trường không spin mang điện khối lượng lớn Φ ứng với hạt nhân N điện tích Ze :

.....(1)

Viết ra biên độ bậc Ze^3 của quá trình tạo quang $\gamma(k_1) + N(P_1) \rightarrow \pi^0(k_2) + N(P_2)$, thường được gọi là quá trình Primakoff. Sử dụng các bất biến $s = -(k_1 + P_1)^2$, $t = -(k_1 - k_2)^2$ và $u = -(k_1 - P_2)^2$ và tính tiết diện vi phân trong hệ quy chiếu khối tâm,

.....(2)

Bây giờ, chọn giới hạn $M \rightarrow \infty$ (hạt nhân tĩnh) và chứng tỏ rằng

.....(3)

ở đây $\beta = \sqrt{1 - m_\pi^2/\omega^2}$, ω là năng lượng photon, và θ là góc phòng thí nghiệm của π^0 đi ra. Về phép đo $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ dùng quá trình này, xem A. Brownman, J. DeWire, B. Gittelman, K. M. Hanson, D. Larson, E. Loh and R. Lewis, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1400.

4.8. Xét động học của tương tác $K_S^0(P) \rightarrow \pi^+(Q_+) + \pi^-(Q_-) + \gamma(k)$. Xác định khối lượng bất biến \sqrt{s} của hệ $\pi^+\pi^-$ bằng $s = -(Q_+ + Q_-)^2$ và chứng tỏ rằng $s = M^2 - 2M\omega$. Bởi vì s là một đại lượng bất biến Lorentz, chúng ta có thể đi đến hệ quy chiếu khối tâm của hệ $\pi^+\pi^-$ và tính các vận tốc pion theo s . Sử dụng phương pháp này để chứng tỏ rằng vận tốc bằng β trong (4.100).

4.9. Meson K_L^0 có tốc độ phân rã vi phạm CP nhỏ thành $\pi^+\pi^-$, do đó, biên độ bremsstrahlung tương ứng đối với phân rã $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ bị triệt tiêu. Tuy nhiên, đó cũng là một quá trình dịch chuyển trực tiếp (lượng cực từ) đóng góp vào tốc độ phân rã. Lagrange tương tác tương ứng được biểu diễn theo các trường A_μ, ϕ, ϕ^* và ϕ_K đối với γ, π^+, π^- và K_L^0 là

.....

ở đây khối lượng của K được ký hiệu bằng M và g là một hằng số không thứ nguyên (không đơn vị). Chứng tỏ rằng phổ photon từ tương tác này là

.....

ở đây β chính là biểu thức (4.100) và ω là năng lượng photon trong hệ quy chiếu đứng yên K_L^0 . Lưu ý rằng kết quả này vẫn còn hữu hạn khi $\omega \rightarrow 0$. Về phép đo phổ này xem AS Carroll, I.-H. Chiang, TF Kycia, KK Li, L. Littenberg, M. Marx, PO Mazur, JP de Brion và WC Carithers, Phys. Rev Lett. 44 (1980) 529.

.....

.....

5

Các hạt có spin 1/2

Các hạt có spin bán nguyên chẳng hạn như electron, muon, neutrino và nucleon tuân theo thống kê Fermi-Dirac, vì vậy chúng được gọi là các fermion. Đối với Fermion Majorana, phản fermion tương ứng là một hạt tương tự (giống như π^0 là phản hạt riêng của nó). Nếu không thỏa mãn những điều kiện này thì chúng được gọi là các fermion Dirac. Các fermion mang điện khối lượng lớn phải là các hạt Dirac, nhưng các fermion trung hòa điện có thể được mô tả như các hạt Majorana hoặc Dirac.

Trong chương này, chúng ta chủ yếu tập trung vào các fermion Dirac. Các quy tắc Feynman đã được đưa ra và các spinor phân cực được thảo luận chi tiết. Tốc độ của một số phân rã hai hạt có liên quan đến các fermion được tính toán, và những kết quả này được sử dụng trong thảo luận hiện tượng luận về một loạt các quá trình phân rã yếu và điện từ.

5.1 Quy tắc Feynman cho các trường spin 1/2

Trong cơ học lượng tử phi tương đối tính, các hạt có spin 2 được mô tả bằng hai spinor thành phần. Spin ứng với các trị riêng của ma trận 2×2 thường được xác định qua công thức

$$\dots\dots\dots(5.1)$$

ở đây σ_i là các ma trận Pauli

$$\dots\dots\dots(5.2)$$

thỏa mãn

$$\dots\dots\dots$$

Spinor ứng với hạt spin up (down) dọc theo trục thứ i là vector riêng của σ_i với trị riêng $+1$ (-1).

Spin up: spin hướng lên

Spin down: spin hướng xuống

Như đã nhấn mạnh từ trước, sự định hướng spin của một hạt thay đổi theo các phép quay không gian theo biểu diễn nhóm quay. Biểu diễn này được xác định bằng spin toàn phần. Đối với spin-2, các phép quay tác động trên các spinor hai thành phần $\phi = (\phi_1, \phi_2)$ và có thể được biểu diễn theo các ma trận σ . Để cụ thể, phép quay một góc θ quanh một vector đơn vị \hat{n} có dạng

$$\dots\dots\dots (5.4)$$

Trong phương pháp phân tích tương đối tính, các biến đổi này phải được mở rộng để kể đến tác động của nhóm biến đổi Lorentz đầy đủ, chứa các phép quay không gian và các boost Lorentz (một loại biến đổi Lorentz). Có thể thực hiện việc này trong khuôn khổ spinor hai thành phần, nhưng cách tiếp cận tiêu chuẩn là đầu tiên đưa vào một spinor thứ hai χ cũng biến đổi theo các phép quay không gian (5.4). Sau đó, dưới các boost Lorentz, hai spinor sẽ chuyển thành một spinor khác. Vào lúc này, chúng ta có hai lựa chọn. Hoặc chúng ta giả sử rằng ϕ và χ là các spinor độc lập, kết hợp chúng dẫn đến một spinor phức bốn thành phần, sẽ mô tả một

fermion Dirac. Hoặc chúng ta thấy rằng spinor ($i\sigma_2\phi^*$) biến đổi theo phép quay không gian thành chính ϕ , chúng ta có thể áp đặt một điều kiện thực $\chi = \pm i\sigma_2\phi^*$ (xem bài tập 5.1). Bằng cách này, ϕ và χ có thể được kết hợp thành một spinor bốn thành phần thực theo nghĩa là liên hợp phức của nó phụ thuộc tuyến tính vào spinor ban đầu. Thế thì một spinor như thế tương ứng với một hạt Majorana. Vì thế, trong cả hai trường hợp, chúng ta có thể dựa trên việc mô tả các fermion spin-1 trên trường spinor bốn thành phần,

.....

ở đây mỗi thành phần là một hàm của các tọa độ không-thời gian x^μ . Lưu ý rằng việc cả ψ_α và x^μ có bốn thành phần khá ngẫu nhiên. Trong D chiều không-thời gian các spinor có $2^{D/2}$ thành phần nếu D chẵn, và $2^{(D-1)/2}$ thành phần nếu D lẻ (đôi khi kích thước spinor có thể giảm thêm nữa, để tham khảo về các spinor D chiều, xem phụ lục E).

Thoạt nhìn, có vẻ bốn thành phần của (5.5) sẽ mô tả bốn trạng thái khác nhau tương ứng với hai hạt có spin-1. Tuy nhiên, đối với các hạt spin 1, chúng ta đã thấy rằng lí luận theo kiểu đếm thông thường không phải lúc nào cũng đúng: mặc dù các hạt spin 1 được mô tả theo các trường bốn thành phần, chúng ta đã thiết lập sự hiện diện của chỉ 3 (2) nghiệm sóng phẳng độc lập, thích hợp cho hạt spin 1 khối lượng lớn (không khối lượng). Một hiện tượng tương tự sẽ xảy ra ở đây, để trường Majorana (thực) mô tả hai trạng thái tương ứng với một hạt spin 1, và một trường Dirac (phức) mô tả bốn trạng thái tương ứng với một hạt spin 1 và phản hạt spin -1.

Một thành phần quan trọng trong việc khảo sát trường spinor bốn thành phần (5.5) là các ma trận γ , lần đầu tiên được giới thiệu bởi Dirac. Có 4 ma trận γ^μ 4×4 như thế, trong đó ($\mu = 0, 1, 2, 3$) thỏa mãn các hệ thức phản giao hoán quan trọng,

.....(5.6)

trong đó I là ma trận đơn vị 4×4 . Các hệ thức phản giao hoán xác định cái gọi là đại số Clifford. Có một số biểu diễn khả dĩ đối với các ma trận γ riêng biệt, tất cả chúng khác nhau qua một chuyển đổi tương tự. Bởi vì bình phương của mỗi ma trận gamma bằng ma trận đơn vị (đối với $\mu = 1, 2, 3$), hoặc bằng trừ ma trận đơn vị (đối với $\mu = 0$), chúng ta có thể chọn Hermit $\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ và phản Hermit γ^0 . Biểu diễn thuận tiện cho việc khảo sát tiếp theo được định nghĩa như sau (thảo luận tổng quát về các ma trận γ được trình bày trong phụ lục E).

.....(5.7)

Người đọc có thể dễ dàng chứng minh rằng tất cả các ma trận γ đều không có vết, một tính chất có thể được xác định trực tiếp từ hệ thức đại số Clifford mà không phải sử dụng đến biểu diễn tường minh. Việc đưa vào tích của các ma trận gamma như thế rất có ích, chẳng hạn như

$$\dots\dots\dots(5.8)$$

Và

$$\dots\dots\dots(5.9)$$

ở đây người đọc cần chú ý là có rất nhiều định nghĩa khác nhau của $\sigma^{\mu\nu}$ trong các tài liệu. Hơn nữa, chúng ta chú ý đến các hệ thức

$$\dots\dots\dots(5.10)$$

ở đây $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ là kí hiệu Levi-Civita phản đối xứng đầy đủ, được chuẩn hóa bởi $\varepsilon_{0123} = -1$. Chúng ta thấy là với các chỉ số trên, chúng ta có $\varepsilon^{0123} = 1$, bởi vì mối quan hệ giữa các chỉ số trên và chỉ số dưới bị ảnh hưởng bởi contraction (sự co, sự thỏa hiệp) với mê tric Minkowski $\eta_{\mu\nu}$, để $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \det[\eta]\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$. Hơn nữa, chú ý rằng $\{\gamma^\mu, \gamma_5\} = [\sigma^{\mu\nu}, \gamma_5] = 0$. Nói chung, tất cả các ma trận 4×4 có thể được phân tích thành 6 ma trận độc lập $\mathbf{I}, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu\gamma^5$ và $\sigma^{\mu\nu}$. Để biết thêm chi tiết, hãy tham khảo phụ lục E.

Bây giờ chúng ta hãy xét kỹ hơn ma trận $\sigma^{\mu\nu}$. Trong biểu diễn (5.7), chúng có dạng

$$\dots\dots\dots(5.11)$$

Ma trận $\sigma^{\mu\nu}$ đóng (khép kín) dưới phép giao hoán theo

$$\dots\dots\dots(5.12)$$

Sự thích đáng của hệ thức này sẽ được thảo luận trong phần tiếp theo.

So sánh kết quả này với (5.4), chúng ta nhận ra rằng các ma trận σ^{ij} mô tả các phép quay của các spinor xung quanh vector vuông góc với các hướng thứ i và thứ j . Điều này gợi ý cho chúng ta định nghĩa sau đây cho các tác động của một biến đổi Lorentz trên các spinor bốn thành phần là (xem bài tập 5.2)

$$\dots\dots\dots(5.13)$$

ở đây các tham số thực, phản đối xứng, $\theta_{\mu\nu}$ mô tả các phép quay không gian đối với $\mu, \nu = 1, 2, 3$, và các boost Lorentz đối với μ hoặc $\nu = 0$.

Liên hợp phức của ψ được viết dưới dạng một vector hàng, biến đổi thành

$$\dots\dots\dots(5.14)$$

Ma trận ở vế phải của (5.14) không bằng nghịch đảo của ma trận xuất hiện trong (5.13), vì vậy việc xây dựng các biểu thức bất biến Lorentz từ các contraction (sự co, sự thỏa hiệp) của ψ^\dagger và ψ sẽ không thuận lợi. Vì lí do đó, người ta đưa vào trường hơi điều chỉnh chút ít, gọi là trường liên hợp $\bar{\psi}$ - cũng được định nghĩa như một vector hàng,

.....

hoặc, với biểu diễn (5.7)

.....

Bởi vì $(\sigma^{ij})^\dagger = \sigma^{ij}$ và $(\sigma^{i0})^\dagger = -\sigma^{i0}$, chúng ta có thể dễ dàng chứng minh rằng

$$\dots\dots\dots (5.17)$$

Do đó, chúng ta có thể thấy rằng $\bar{\psi}$ biến đổi theo các phép biến đổi Lorentz tuân theo công thức

.....

Bây giờ chúng ta xét hai bilinear (song tuyến tính) fermion,

.....

Biến đổi như các vô hướng Lorentz, như sau một cách trực tiếp bằng cách sử dụng (5.13) và (5.18). Bởi vì việc tiếp tục viết các chỉ số trên những đại lượng này sẽ phức tạp, chúng ta chỉ viết một cách đơn giản là $\bar{\psi}\psi$, $\psi\gamma_5\psi$. Nói chung, chúng ta có thể xây dựng 5 bilinear thuộc loại chuyển đổi này theo cách cụ thể theo sự đảo ngược chẵn lẻ và biến đổi Lorentz, cụ thể là $\bar{\psi}\psi$ (vô hướng), $i\bar{\psi}\gamma_5\psi$ (gần vô hướng), $i\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ (vector), $i\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ (vector trục) và $i\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$ (tensor) (xem bài tập 5.2). Ví dụ, khi đảo ngược chẵn lẻ $\bar{\psi}\psi$ và $i\bar{\psi}\gamma_5\psi$ chuyển thành $+\bar{\psi}\psi$ và $-i\bar{\psi}\gamma_5\psi$ một cách tương ứng. Tương tự như vậy, $i\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ và $i\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ biến đổi với dấu ngược nhau. Các hệ số i được đưa vào để làm cho các bilinear này thực. Ví dụ,

.....

Để xem các bilinear biến đổi như thế nào theo phép biến đổi Lorentz chúng ta xét ảnh hưởng của một biến đổi vô cùng nhỏ. ví dụ:

$$\dots\dots\dots (5.20)$$

ở đây chúng ta đã sử dụng $\sigma^{\rho\sigma}\gamma^\mu - \gamma^\mu\sigma^{\rho\sigma} = 2i\eta^{\mu\rho}\gamma^\sigma - 2i\eta^{\mu\sigma}\gamma^\rho$ (xem phụ lục E).

Bây giờ chúng ta có thể viết ra một Lagrange tự do cho các trường spin-2 khối lượng m,

$$\dots\dots\dots (5.21)$$

ở đây ký hiệu $\dots\dots\dots$ chỉ ma trận 4×4 được xác định bởi

$$\dots\dots\dots (5.22)$$

Lagrange (5.21) tuyến tính theo đạo hàm của trường spinor và, vì nó liên quan đến bốn vector được contract (co lại, thỏa hiệp) với đạo hàm, nó là bất biến Lorentz. Bởi vì tác động không có thứ nguyên, trường V có thứ nguyên [chiều dài]^{-3/2} = [khối lượng]^{3/2} theo đơn vị trong đó $\hbar = c = 1$. Việc chuẩn hóa các trường trong (5.21) là điều thích hợp cho các spinor phức (nhớ lại thảo luận về điểm này trong chương 2). Nói cách khác, $\psi(x)$ và $\bar{\psi}_x$ tương ứng với các bậc tự do độc lập (các fermion Dirac). Chuẩn hóa tiêu chuẩn cho các fermion Majorana (thực) có một hệ số toàn phần là 2.

Phương trình chuyển động suy ra từ (5.21) là phương trình Dirac

$$\dots\dots\dots (5.23)$$

cùng với các phương trình của spinor adjoint (kề, nối, phụ hợp, liên hợp)

$$\dots\dots\dots (5.24)$$

Các nghiệm sóng phẳng (5.23) dễ xây dựng và có thể được viết là

$$\dots\dots\dots (5.25)$$

ở đây spinor phân cực $w_\alpha(p)$ phải thỏa mãn phương trình trị riêng

$$\dots\dots\dots (5.26)$$

Nhân phương trình cuối cùng với $\dots\dots\dots$, và sử dụng dữ kiện $\dots\dots\dots$ (như sau từ việc contract (co lại, thỏa hiệp) (5.6) qua $p_\mu p_\nu$) chúng ta thấy rằng p_μ bị ràng buộc bởi $p^2 = -m^2$. Do đó các nghiệm sóng phẳng mô tả các bậc tự do với khối lượng m và spin-1. Các nghiệm của phương trình liên hợp (5.24) suy ra từ (5.25) bằng cách lấy liên hợp phức và nhân với γ^0 . Tuy nhiên, chúng ta có thể chứng tỏ rằng các nghiệm này phụ thuộc tuyến tính vào các nghiệm của (5.25). Khảo sát chi tiết về các spinor phân cực độc lập tuyến tính sẽ được đưa ra trong phần 5.3.

Propagator ứng với các trường ψ và $\bar{\psi}$ suy ra từ biến đổi Fourier của tác động, bằng

..... (5.27)

Theo quy tắc tiêu chuẩn được đưa ra trong phần 2.4 nghịch đảo của ma trận 4×4 trong biểu thức dưới dấu tích phân của (5.25) xác định propagator $\Delta_{\alpha\beta}(p)$:

..... (5.28)

Lưu ý rằng m nhân ma trận đơn vị, thường bị triệt tiêu. Một lần nữa dùng rất dễ để chứng tỏ rằng

Hình 5.1: Biểu diễn đồ thị của propagator $\Delta_{\alpha\beta}(p)$. Mũi tên biểu diễn sự định hướng từ điểm cuối (điểm đầu nút) đã cho. Việc ấn định động lượng $\Delta_{\alpha\beta}(p)$ được xác định theo hướng tương tự.

..... (5.29)

ở đây chúng ta đã gộp vào số hạng $i\epsilon$ để đưa ra một định nghĩa thích hợp của các cực. Biểu đồ Feynman ứng với propagator (5.29) được biểu diễn trong hình 5.1 Mũi tên cho biết động lượng chảy từ điểm cuối ứng với $\bar{\psi}_\beta$ đến điểm ứng với ψ_α . Do đó, mũi tên đi ra ứng với trường $\bar{\psi}$ và mũi tên đi vào ứng với trường ψ . Đối với các trường Dirac, $\bar{\psi}$ và ψ độc lập tuyến tính. Trong trường hợp đó, mũi tên cũng chỉ ra sự định hướng nội tại như là đặc trưng cho các trường phức. Như chúng ta đã giải thích trong phần 2.4 các đường propagator chỉ có thể được kết nối với các vertice sao cho mũi tên định hướng chảy liên tục qua đồ thị.

Như trước đây, chúng ta có thể đưa vào các nguồn bên ngoài thông qua hai số hạng mới trong Lagrange (5.21)

..... (5.30)

và thảo luận về tương tác hiệu dụng của chúng. Bởi vì chỉ có các tương tác với các nguồn bên ngoài, điều này được mô tả bởi propagator (hoặc hàm Green) $\Delta_{\alpha\beta}(x)$, đó là biến đổi Fourier của (5.29):

..... (5.31)

Hàm Green thỏa mãn phương trình vi phân

..... (5.32)

ở đây chúng ta đã chỉ rõ ràng các chỉ số spinor. Thế thì tương tác hiệu dụng giữa hai nguồn có dạng,

..... (5.33)

Chúng ta có thể kiểm tra biểu thức này cho các nguồn J_1 và J_2 được cục bộ hóa và cách nhau một khoảng cách dạng thời gian lớn. Giống như các trường không spin giới hạn thời gian lớn bị chi phối bởi những đóng góp vào propagator với các động lượng thỏa mãn định luật tán sắc tương đối tính $p^0 = \pm\sqrt{p^2 + m^2}$. Khi $t_1 \gg t_2$, thì (5.33) mô tả sự phát xạ của một hạt spin 2 bằng J_2 và hấp thụ tiếp theo của nó bằng J_1 . Ngoài ra, khi $t_2 \gg t_1$, thì (5.33) mô tả sự phát xạ của một phản hạt qua J_1 và hấp thụ của nó bằng J_2 .

Đánh giá $\Delta_{\alpha\beta}(x)$ cho thời gian dương và âm t, giống như được thực hiện cho các trường không spin (2.25) - (2.38), dẫn đến diễn giải vật lý tương tự như ở chương 2,

..... (5,34)

trong đó

..... (5,35)

So với propagator của các hạt không spin bây giờ có thêm một ma trận thẳng dưtrong (5,31). Tại cực ta có, để ma trận này đóng vai trò như toán tử chiếu, điều này suy ra từ

.....

Bởi vì

.....

chúng ta kết luận rằng chiều trên một không gian con hai chiều (không gian con còn lại được chiếu bởi). Do đó số bậc tự do của ma trận giảm từ 4 xuống 2, đó là số thích hợp cho một hạt spin-2. Lưu ý rằng việc giảm này tương tự với sự giảm do toán tử chiếu ngang trong propagator của các trường spin 1 khối lượng lớn, làm giảm số bậc tự do vật lý đến ba.

Về nguyên tắc, ngay bây giờ chúng ta có thể viết ra các giản đồ Feynman theo quy tắc tổng quát của chương 2. Tuy nhiên, có thêm một sự phức tạp liên quan đến nguyên lý loại trừ. Các Fermion tuân theo thống kê Fermi-Dirac vì vậy các trạng

thái bao gồm các fermion phản đối xứng khi hoán đổi hai hạt giống hệt nhau. Điều này có ảnh hưởng đến các giản đồ Feynman. Các giản đồ khác nhau chỉ qua phép hoán đổi hai đường fermion cần phải có một dấu trừ tương đối. Trong các giản đồ của hình 5.2a, ví dụ, người ta sẽ chọn hiệu chứ không phải tổng. Tất nhiên, các hệ số dấu tương đối không rõ ràng trong biểu diễn giản đồ Feynman. Hơn nữa, hệ số dấu toàn phần không xác định, nhưng bởi vì chúng ta chỉ quan tâm đến giá trị tuyệt đối của biên độ tổng khía cạnh này không liên quan. Xem xét tinh tế hơn liên quan đến các vòng kín của các propagator fermion (chẳng hạn như giản đồ được cho trong hình 4.3). Hóa ra là mỗi vòng như thế đòi hỏi thêm một dấu trừ. Từ quan điểm giản đồ Feynman, nhu cầu về dấu trừ này có thể thấy được bằng cách kết nối đơn giản hai đường fermion bên ngoài trong biên độ với vài đường fermion bên ngoài. Thế thì, một số giản đồ cuối cùng có thể có một vòng fermion kín mà dấu của chúng có thể được so sánh với các giản đồ không có vòng lặp. Ví dụ, nối các đường có tên p_1, p_4 trong các giản đồ của hình 5.2a, dẫn đến hai giản đồ được biểu diễn trong hình 5.2b, vì vậy thực sự vòng kín mang thêm dấu trừ.

5.2 Các Lagrange cho fermion

Để tự mình làm quen với lý thuyết trường của các fermion chúng ta thảo luận một số ví dụ điển hình.

(a) Các tương tác Fermion-fermion

Từ quan điểm lý thuyết tương tác đơn giản nhất sẽ không sử dụng các trường vô hướng, do đó, tương tác sẽ được xây dựng từ tích của các $\bar{\psi}$ và ψ . Bởi vì các ψ là các spinor chúng ta không thể hình thành nên một đại lượng bất biến Lorentz từ tích của một số lẻ của các trường $\bar{\psi}$ hoặc ψ . Tương tác đơn giản nhất

Hình 5.2: Sự hoán đổi các đường fermion trong các giản đồ Feynman. Để thỏa mãn thống kê Fermi-Dirac, các biên độ đối với hai giản đồ trong (a) có một dấu trừ tương đối. Trong các giản đồ (b), được hình thành từ (a) bằng cách nối các đường với động lượng p_1 , và p_4 , biên độ đối với vòng fermion kín đòi hỏi một dấu trừ tương đối.

chứa ít nhất bốn trường. Một ví dụ không liên quan đến bất kỳ ma trận γ nào là

$$\dots\dots\dots (5.36)$$

Lưu ý rằng thứ nguyên của số hạng tương tác này là [khối lượng]⁶. Để cho Lagrange có thứ nguyên chính xác, hằng số ghép G_S phải có thứ nguyên của [khối lượng]⁻². Thứ nguyên không thay đổi nếu chúng ta gộp vào các ma trận γ , ví dụ như trong

..... (5.37)

Các quy tắc Feynman cho các lý thuyết này khá đơn giản. Ví dụ, biên độ fermion-fermion suy ra từ các đồ thị Feynman của các loại được biểu diễn trong hình 5.3 (không phải tất cả các biên độ loại (5.33) là độc lập, điều này có thể được chứng minh bằng cách sử dụng cái gọi là các reordering Fierz, được thảo luận trong phụ lục E).

Để làm quen với các vertice fermion chúng ta hãy tính toán vertice bốn điểm tương ứng với (5.33a). Để chỉ ra các đường được contract (co lại, thỏa hiệp) với các ma trận γ như thế nào chúng ta biểu thị các vertice như trong hình 5.4. Hai giản đồ vertice bậc thấp nhất được biểu diễn ở đó, và các biểu thức tương ứng có dạng

.....

Hình 5.3: Các giản đồ đóng góp vào biên độ bốn fermion do các tương tác (5.33).

.....(5.38)

Hệ số 2 xuất hiện do có hai cách để nối các đường bên ngoài với vertex. Lưu ý rằng dấu trừ tương đối giữa các số hạng là một hệ quả của thống kê Fermi-Dirac. Chúng ta cần nhấn mạnh rằng thứ nguyên âm của các hằng số ghép nói lên rằng các đồ thị bậc cao hơn sẽ có thêm các lũy thừa của động lượng ở tử số. Do đó, các hiệu chỉnh lượng tử trong loại lý thuyết này có xu hướng kỳ dị và cách rút ra các kết quả có nghĩa từ chúng không rõ ràng. Chúng ta nói rằng các lý thuyết này không "có khả năng tái chuẩn hóa" dựa trên việc đếm số mũ. Như chúng ta sẽ thấy trong chương 7, các lý thuyết với các hằng số ghép không đơn vị có cơ hội tốt hơn để chuẩn hóa lại, trong trường hợp này có thể thu được các kết quả có ý nghĩa. Do đó, theo quan điểm về những khó khăn này, chúng ta thay đổi cách tiếp cận của chúng ta và xét hai lý thuyết trong đó các trường fermion tương tác với các trường khác loại.

Hình 5.4: Các giản đồ cây tương ứng với (5.38) biểu diễn các kết nối khác nhau của các đường ngoài đến vertex.

(b) Điện động lực học lượng tử

Điện động lực học lượng tử mô tả các tương tác giữa các electron và photon. Lagrange là

..... (5,39)

ở đây $\psi(x)$ là trường spinor ứng với electron và $A_\mu(x)$ là thế vector điện từ. Hằng số ghép là điện tích cơ bản $e = 4.8 \times 10^{-10}$ esu (để electron có điện tích -e). Lagrange bất biến dưới các biến đổi gauge điện từ

..... (5.40)

ở đây ξ là một hàm phụ thuộc x tùy ý. Các quy tắc Feynman suy ra từ các suy luận trước đây và được tóm tắt trong bảng 5.1. Bởi vì hằng số cấu trúc tinh tế $\alpha = e^2/4\pi \approx 137^{-1}$ rất nhỏ, chỉ cần giữ lại vài số hạng đầu tiên trong khai triển nhiễu loạn cũng có nghĩa. Trong các chương tiếp theo, chúng ta sẽ xét một số tính toán nhiễu loạn này. Ở đây chúng ta chỉ muốn chỉ ra rằng việc so sánh giữa các kết quả tính toán như thế và số liệu thực nghiệm hiện tại rất ấn tượng, như được biểu diễn trong bảng 5.2.

Bảng 5.1 Các quy tắc Feynman cho điện động lực học lượng tử tương ứng với Lagrange (5.35). Biểu diễn đồ thị

.....

Các mũi tên trên các đường fermion chỉ cả hướng (dòng chảy điện tích) và động lượng được ấn định của chúng. Hướng của các động lượng photon không được chỉ ra, hướng tại vertex suy ra từ đối số trong hàm-J. Propagator photon đã được rút ra trong phần 4.2. (C) Các hằng số ghép Yukawa

Một ví dụ khác trong đó các boson đóng vai trò trung gian trong tương tác giữa các fermion là sự ghép Yukawa. Như chúng ta đã đề cập đến trong chương 2, Yukawa là người đầu tiên sử dụng boson không spin (sau này được xác định là pion) để mô tả lực giữa các nucleon tương tự với các photon đóng vai trò trung gian trong các tương tác điện từ. Xét sự ghép đơn giản nhất giữa một trường fermion $\psi(x)$, trường liên hợp $\bar{\psi}(x)$ của nó và một trường không spin $\phi(x)$, $\bar{\psi}(x)\psi(x)\phi(x)$, $\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)\partial_\mu\phi(x)$. Ví dụ đầu tiên là sự ghép vô hướng với thứ nguyên [khối lượng]⁴ trong khi ví dụ thứ hai là sự ghép vector với thứ nguyên [khối lượng]⁵. Trong trường hợp sau, hằng số ghép tương ứng có thứ nguyên khối

lượng âm, vì vậy chúng ta dự đoán rằng sẽ có khó khăn trong việc tái chuẩn hóa. Vì vậy, chúng ta tập trung vào $\bar{\psi}(x)\psi(x)\phi(x)$.

Một Lagrange đầy đủ cho một lý thuyết như thế là

$$\dots\dots\dots (5,41)$$

Bảng 5.1: So sánh giữa thực nghiệm và lý thuyết đối với điện động lực học lượng tử. Để tham khảo xem tài liệu tham khảo ở cuối chương.

Giả sử rằng hằng số ghép g nhỏ, việc thiết lập một khai triển nhiễu loạn sẽ có nghĩa. Các giản đồ Feynman bậc thấp nhất cho tán xạ fermion-fermion đã được biểu diễn trong hình 5.2a. Bằng cách tương tự với công trình trước đây của chúng ta, chúng ta có thể ngay lập tức ghi lại biên độ tương ứng từ các đồ thị. Ấn định động lượng p_1, p_2 và các chỉ số spinor α_1, α_2 của các đường ngoài với các mũi tên đến, và các động lượng p_3, p_4 , và các chỉ số spinor α_3, α_4 của các đường ngoài với các mũi tên đi ra, biên độ là

$$\dots\dots\dots (5,42)$$

Biên độ này mô tả tán xạ fermion-fermion, phản fermion-fermion, fermion- phản fermion hoặc phản fermion- phản fermion tùy thuộc vào việc xét các đường ngoài như thế nào, chủ đề này sẽ được thảo luận sau. Một lần nữa, chú ý dấu trừ tương đối giữa hai số hạng, được quyết định bởi thống kê Fermi-Dirac.

Ngoại trừ chúng có các chỉ số để biểu diễn các thành phần spinor, đường fermion không còn phức tạp hơn so với các đường boson không spin. Trong các giản đồ Feynman, đường fermion chảy liên tục qua toàn bộ giản đồ, hoặc tự khép kín để hình thành một vòng. Trong trường hợp sau, các chỉ số spinor được nối (ghép, nhập vào) với nhau và chúng ta cần tính tổng trên tất cả chúng. Hơn nữa, chúng ta có thêm một dấu trừ đối với mỗi vòng fermion khép kín.

Để mô tả sự ghép của các meson gần vô hướng chúng ta chỉ cần thay đổi $\bar{\psi}\psi\phi$ trong (5.41) thành $i\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$. Chúng ta có thể tổng quát hóa mô hình này thêm nữa để mô tả các nucleon và các pion tương tác theo cách bất biến đẳng spin. Phần boson của mô hình này đã được đưa ra trong phần 2.5 dựa trên ba trường pion thực tương tác với một meson vô hướng σ . Trong khi các pion biến đổi theo các biến đổi đẳng spin trong biểu diễn triplet (bộ ba) (tức là chỉ một vector bị quay), các proton và nơ tron biến đổi như một doublet (tức là như một spinor hai thành phần). Do đó, chúng ta kết hợp các trường proton và nơtron ψ_p và ψ_n thành một doublet (bộ hai, kép)

..... (5,44)

Nói chung $N(x)$ chứa 8 thành phần, cụ thể là bốn thành phần spin thường cho mỗi trường ψ_p và ψ_n . Để xây dựng một sự ghép pion-nucleon bất biến đẳng spin chúng ta sử dụng ma trận đẳng spin τ_a , trùng với ma trận Pauli σ . (5.2). Tương tác sau đây là bất biến (điều này suy ra từ kết quả của bài toán 5.1, ở đây chúng ta chứng minh rằng đối với các doublet ϕ , $\phi^* \sigma_a \phi$ biến đổi như một vector)

..... (5.45)

Ngoài ra (5.40) có thể được viết theo các trường proton, nơ tron và pion

.....

ở đây chúng ta đã sử dụng định nghĩa của các trường π^+ , π^- và π^0 được đưa ra trong (2.53), và dạng tường minh của các ma trận τ .

Lagrange chứa sự ghép (5.45) là

..... (5,46)

..... (5.47)

Trong tính toán các giản đồ Feynman, việc sử dụng các trường đa thành phần N và ϕ sẽ thuận lợi hơn viết (5.46) theo các thành phần. Do đó, các trường mang nhiều loại chỉ số để cả propagator và vertice liên quan đến các ma trận trong không gian spin và không gian đẳng spin. Propagator đối với trường $N(x)$ là một ma trận 8×8 , chéo hóa trong không gian đẳng spin (Bởi vì các trường $\psi_p(x)$ và $\psi_n(x)$ có cùng các số hạng động năng).

.....

ở đây $r, s = 1, 2$ chỉ các thành phần đẳng spin của N và $\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$ các thành phần spinor. Tương tự, các propagator đối với các trường không spin là

.....(5.49)

trong đó $a, b = 1, 2, 3$ là các nhãn isospin (đẳng spin) của các pion. Vertex là một tích phức của các ma trận, cụ thể là

..... (5,50)

ở đây kí hiệu a đề cập đến thành phần pion và chọn một ma trận τ tương ứng với các chỉ số r và s . Nhóm các nhãn đẳng spin và spin trên các trường spin-1 chúng ta

có thể so sánh vertex với giản đồ tương ứng trong hình 5.5, ở đây chúng ta giả sử rằng tất cả các động lượng đang đến.

Hình 5.5: Vertex pion-nucleon tương ứng với (5.44).

Hình 5.6: Các giản đồ cây (biểu đồ cây) của tán xạ nucleon pion.

Như một ví dụ hãy xét tán xạ pion-nucleon trong đó các đồ thị Feynman bậc thấp nhất được đưa ra trong hình 5.6. Biên độ tương ứng là một tích của các ma trận spin và đẳng spin

..... (5.51)

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

ba điểm

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

5.9. Sử dụng tương tác (4.71) và Lagrange (5.39) cho điện động lực học lượng tử chúng ta có thể tính tốc độ phân rã $\rho^2 \rightarrow \gamma(k) + e^-(P_2) + e^+(P_1)$. Viết ra bình phương của biên độ và lấy tổng trên các spin của các hạt đi ra. Chứng tỏ rằng kết quả có dạng

.....(1)

ở đây $q = P_1 + P_2$ và

..... (2)

ở đây kết quả cuối cùng có thể được lấy từ (5.112). Đánh giá trong hệ quy chiếu đứng yên của pion và biểu diễn theo năng lượng photon của ω và tham số x được xác định trong (3.101) như sự chênh lệch năng lượng giữa các fermion. Chứng minh rằng (1) cho ta

..... 3

Chứng minh rằng $0 < \omega < \omega_m$, ở đây $\omega_m = \frac{1}{2}m_\pi^{-1}(m_\pi^2 - 4m^2)$ và $x_- \leq x \leq x_+$, trong đó $x_\pm = \frac{1}{2}\omega\beta$ với

.....(4)

Tính các tích phân x và ω bỏ các số hạng tỷ lệ với m^2/m_π^2 . Sử dụng kết quả (4.81) chúng ta thấy rằng

..... (5).

Kết quả này cho phân rã Dalitz phù hợp tuyệt vời với thực nghiệm. [R.H. Dalitz, Proc. Phys. Soc. London 64 (1951) 667.]