Chữ tô xanh: nghĩa tương đương, để diễn giải cho từ trước đó

Chữ tô xanh: nghĩa thay thế, chọn từ trước hoặc chọn từ này

Chữ tô đỏ: dịch từ bản gốc nhưng thấy hơi lạ, không chắc chắn

Chữ tô vàng: tiếng anh trong bản gốc

Các phương pháp Runge-Kutta cho các DAE.Một cách tiếp cận mới

Inmaculada Higueras, Berta Garcia-Celayeta

TÓM TẮT

Given a linear variable coefficient DAE, the logarithmic norm of a pencil related to the original pencil (A(t),B(t)), allows us to determine the contractivity of ||A(t)x(t)||. When algebraically stable Runge-Kutta methods are used for DAEs, the contractivity for ||A,,+iXn+i || is no longer maintained for all stepsize. In this paper we define a new approach for Runge-Kutta methods that preserve contractivity.

Với một DAE hệ số biến đổi tuyến tính cho trước, chuẩn logarit của một chùm liên quan đến chùm ban đầu *(A (t), B (t))*, cho phép chúng ta xác định sự co của ||*A(t)x(t)*||. Khi các phương pháp Runge-Kutta ổn định đại số được sử dụng cho các DAE, sự co đối với $||A_{n+1}\ x_{n+1}||$ không còn được duy trì đối với mọi kích thước bước. Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một cách tiếp cận mới cho phương pháp Runge-Kutta để bảo tồn tính co.

1. Giới thiệu

Chúng ta xét các hệ vi phân có dạng

....

If dF/dy' is regular, then (1) is an implicit ordinary differential equation (ODE). Otherwise, if dF/dy' is singular, (1) is a differential algebraic equation (DAE).

Nếu $\partial F/\partial y'$ chính quy, thì (1) là một phương trình vi phân thường ẩn (ODE). Ngược lại, nếu $\partial F/\partial y'$ suy biến, (1) là một phương trình vi phân đại số (DAE).

DAEs have been deeply studied during the last years [2,6,8,13-15,17]. They are classified by their index; the differential index is the minimum number of times that (1) must be differentiated to obtain an ODE. An important characteristic of DAEs is that not any value can be imposed as an initial condition. In fact, the dynamics of the system is ruled by a lower dimension ODE, the underlying ODE.

Các DAE đã được nghiên cứu sâu trong suốt những năm qua [2,6,8,13-15,17]. Chúng được phân loại theo chỉ số, chỉ số vi phân là số lần lấy vi phân tối thiểu (1) để thu được một ODE. Một tính chất quan trọng của các DAE là không có bất kỳ giá trị nào được áp đặt như một điều kiện ban đầu. Trong thực tế, động lực học của hệ tuân theo các ODE có số chiều thấp (có bậc thấp, có kích thướt nhỏ), ODE cơ bản.

Many numerical methods defined for ODEs have been adapted to DAEs [2,6,8,7]. Usually, the order of convergence obtained is less than the order obtained for ODEs, and the higher the index, the higher the reduction.

Nhiều phương pháp số được áp dụng cho các ODE đã được điều chỉnh lại để có thể áp dụng cho các DAE [2,6,8,7]. Thông thường, bậc hội tụ thu được nhỏ hơn so với bậc thu được đối với các ODE, và khi chỉ số càng cao, sự suy giảm càng nhiều.

Trong bài báo này, chúng ta xét các hệ có hệ số biến đổi

$$A(t)\, x'(t) + B(t)x(t) = f(t), \qquad (2)$$

with A(t) singular. If we denote Ani = A(tn + cih), Bni = B(tn + c;h) and fni = f(tn + cih), the solution using an implicit Runge-Kutta method for (2) proposed in [16,3] is given by
với $A(t)$ suy biến . Nếu chúng ta kí hiệu $A_{ni} = A(t_n + C_{ih})$, $B_{ni} = B(t_n + c_{ih})$ và $f_{ni} = f(t_n + c_{ih})$, việc tìm nghiệm của (2) bằng cách sử dụng phương pháp Runge-Kutta ẩn được đề xuất trong [16, 3] là

....

trong đó

....

If the pencil (A,B) is regular and the matrix coefficient A is nonsingular, there is an h0 such that for h6h0 the system (4) has a unique solution. With the help of the simplifying assumptions B(p), C(q) and A1(r), convergence results for these schemes can be found in [2,6] for index 1 DAEs, and in [12] for index 2 DAEs. In the following, we will refer to (3) and (4) as a classical approach.
Nếu chùm (A, B) chính quy và hệ số ma trận (ma trận hệ số) A không suy biến, tồn tại một h_0 sao cho đối với $h \leq h_0$ hệ (4) có một nghiệm duy nhất. Với sự hỗ trợ của các giả thuyết đơn giản hóa $B(p)$, $C(q)$ và $A_1(r)$, các kết quả hội tụ cho các sơ đồ này có thể được tìm thấy trong [2,6] cho các DAE chỉ số 1 , và [12] cho các DAE chỉ số 2. Trong phần sau đây, chúng ta sẽ đề cập đến (3) và (4) như một phương pháp cổ điển.

The concept of logarithmic norm of a matrix ^[A] is an useful tool in the perturbation analysis of nonlinear differential equations [5,8]. If ^[fy(t, y)]60, the system is called dissipative and given any two solutions y(t) and y(t), it holds that ||y(t) — y(t)|| is a nonincreasing function. The concept of B-stability refers to the preservation of contractivity for the numerical solution for autonomous dissi¬pative systems [5]. If yn+1, yn+1 are the numerical solutions obtained from yn and yn, respectively, by a Runge-Kutta method, the method is called B-stable if for any stepsize h> 0,

Khái niệm chuẩn logarit của ma trận μ[A] là một công cụ hữu ích trong việc phân tích nhiễu loạn của các phương trình vi phân phi tuyến [5,8]. Nếu $\mu[f_y(t, y)] \leq 0$, hệ được gọi là tiêu tán và đối với bất kỳ hai nghiệm cho trước *y(t)* và $\tilde{y}(t)$, quả thực $\| y(t) - \tilde{y}(t) \|$ là một hàm không tăng. Khái niệm về ổn định B đề cập đến sự bảo toàn tính co đối với các nghiệm số của các hệ tiêu tán tự trị (tự quản) [5]. Nếu y_{n+1}, $\tilde{y}_{n+1}$ là các nghiệm số thu được từ y_n và $\tilde{y}_n$ một cách tương ứng, bằng phương pháp Runge-Kutta, phương pháp được gọi là ổn định B nếu đối với bất kỳ kích thướt bước $h>0$ nào, chúng ta có

....

If we denote B = diag(b1,...,bs) and M = BA + AlB — bb\ the method is called algebraically stable if the matrices M and B are nonnegative. It is well known that algebraic stability implies B-stability, and for the class of S-irreducible methods, these concepts are equivalent [5,8].

Nếu chúng ta kí hiệu $B = diag\ (b_1, ..., b_s)$ và $M = BA + A^tB - bb^t$, phương pháp được gọi là ổn định đại số nếu các ma trận *M* và *B* không âm. Như chúng ta đã biết, ổn định đại số là ổn định B (muốn nói đến ổn định B, ám chỉ đến ổn định B), và đối với một lớp các phương pháp bất khả quy S, những khái niệm này tương đương [5.8].

A similar study can be done for the DAE (2). In [11] the concept of logarithmic norm for a matrix pencil is defined. When the norm used is an inner product one, the logarithmic norm of a pencil (A,B) is defined as

Một nghiên cứu tương tự có thể được thực hiện cho DAE (2). Trong [11], khái niệm chuẩn logarit cho một chùm ma trận được định nghĩa. Khi chuẩn được sử dụng như một tích trong, chuẩn logarit của một chùm (*A, B*) được định nghĩa là

....

with V any subspace such that V n Ker(A) = {0}. In [10] the following theorem was proved:

với *V* là bất kỳ không gian con nào sao cho $V \cap Ker\ (A(t)) = \{0\}$. Trong [10], định lý sau đây được chứng minh:

Theorem 1.1. Let V a subspace such that V n Ker(A(t)) = {0} and such that the solution x(t) of the homogeneous DAE (2) is in V. Then

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Lý thuyết trước đây không đề cập đến quy tắc hình thang (Lobatto III A) bởi vì ma trận hệ số suy biến. Chúng ta đã giải được các ví dụ trên với phương pháp này. Trong các đồ thị tương ứng (Hình 4), đường liền nét là kết quả cho $X_1 = x_n$ và $x_{n+1} = X_2$; đường ♦ là kết quả cho $X_1 = x_n$ và x_{n+1} được chiếu; đường • là kết quả cho X_1

được chiếu và x_{n+1}, = X_2, đường… là kết quả cho X_1 được chiếu và x_{n+1} được chiếu. Bậc được quan sát là 2. Trên thực tế đối với ví dụ này, từ một điều kiện ban đầu phù hợp, với phương pháp quy tắc hình thang X_2 nằm trong $S(t_{n+1})$, và do đó tất cả các tùy chọn sẽ trùng nhau. Trong đồ thị, chúng ta thấy rằng đối với kích thước bước lớn điều này đúng nhưng đối với với kích thước bước nhỏ điều này không còn đúng nữa.

Tài liệu tham khảo

[1] U. Asher, On symmetric schemes and differential algebraic equations, SIAM J. Sci. Statist. Comput. 10 (1989) 937-949.

[2] K.E. Brenan, S.L. Campbell, L.R. Petzold, Numerical Solution of Initial Value Problems in Differential Algebraic Equations, North-Holland, New York, 1989.

[3] K.E. Brenan, L.R. Petzold, The numerical solution of higher index differential/algebraic equations by implicit Runge- Kutta methods, SIAM J. Numer. Anal. 26 (1989) 976-996.

[4] K.D. Clark, Difference methods for the numerical solution of time varying singular systems of differential equations, SIAM J. Algebra Disc. Meth. 7 (1986) 236-246.

[5] K. Dekker, J.G. Verwer, Stability of Runge-Kutta Methods for Stiff Nonlinear Differential Equations, North-Holland, Amsterdam, 1984.

[6] E. Griepentrog, R. Marz, Differential Algebraic Equations and Their Numerical Treatment, Teubner Texte zur Mathematik 88, Leipzig, 1986.

[7] E. Hairer, CH. Lubich, M. Roche, The Numerical Solution of Differential Algebraic Systems by Runge-Kutta methods, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1409, Springer, Berlin, 1989.

[8] E. Hairer, G. Wanner, Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems, Springer, Berlin, 1991.

[9] M. Hanke, R. Marz, On the asymptotics in the case of differential algebraic equations. Talk given in Oberwolfach, October 1995.

[10] I. Higueras, B. Garcia-Celayeta, Runge-Kutta methods for DAEs. A new approach. preprint 1 (1998)

[11] I. Higueras, B. Garcia-Celayeta, Logarithmic norms for matrix pencils, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 20 (1999) 646-666.

[12] E. Izquierdo, Numerische Approximation von Algebro-Differential-Gleichungen mit Index 2 mittels impliziter Runge- Kutta Verfahren. Doctoral Thesis, Humboldt-Univ. Berlin, Fachbereich Mathematik 1993.

[13] R. Lamour, R. Marz, R. Winkler, How Floquet-theory applies to differential-algebraic equations. preprint 96-15 (1996), Sektion Mathematik. Humboldt Universitat zu Berlin.
[14] R. Marz, Index-2 differential algebraic equations, Results Math. 15 (1989) 148-171.
[15] R. Marz, On quasilinear index 2 differential algebraic equations, Preprint 269 (1990), Fachbereich Mathematik. Humboldt Universitat zu Berlin.
[16] L.R. Petzold, Order results or implicit Runge-Kutta methods applied to differential/algebraic systems, SIAM J. Numer. Anal. 23 (1986) 837-851.
[17] C. Tischendorf, On the stability of solutions of autonomous index-1 tractable and quasilinear index-2 tractable DAEs, Circuit Systems Signal Process 13 (1994) 139-154.